

Rutherfordspredning – breddeopgave 95 med didaktisk kommentar

Jens Højgaard Jensen, IMFUFA, INM, RUC.

Mit formål med artikelserien om breddeopgaver er – udover at gøre opmærksom på RUCs fysikuddannelse – dobbelt: Dels udvælger jeg opgaverne, så de kan have interesse som fysikproblemer i egen ret. Dels udvælger jeg dem med henblik på at kunne knytte didaktiske overvejelser til dem af interesse for fysikundervisere. I første omgang i forhold til universitetsundervisning. Men i anden omgang kunne der måske også trækkes paralleller til andre undervisningsniveauer.

Her bringes løsning og kommentar til opgaven fra forrige nummer samt to nye opgaver. Opgaven i sidste nummer af Kvant var denne breddeopgave (nr. 95 i rækken her i Kvant):

Breddeopgave 95. Rutherfordspredning

En α -partikel skydes, som vist på figuren, ind i nærheden af en tung atomkerne. Find ved en dimensionsanalyse den dimensionsløse størrelse, der bestemmer vinklen mellem retningerne, som α -partiklen bevæger sig i, før og efter afbøjningen ved passagen af atomkernen.



Løsning

Atomkernens positive ladning kaldes Ze , hvor Z er antallet af protoner i kernen, og e er hver protons ladning. α -partiklens ladning er $2e$. Da den også er positiv, frastøder atomkernen α -partiklen ved dens passage. Frastødningen under passagen er givet ved Coulombs lov $F = kr^{-2}$, hvor $k = 2Ze^2/(4\pi\epsilon_0)$. ϵ_0 er dielektricitetskonstanten i vakuum, og r den varierende afstand mellem kerne og α -partikel under passagen. Afbøjningsvinklen må afhænge af k . Større k , større vinkel. Afbøjningsvinklen må også afhænge af, hvor nær α -partiklen er skudt ind imod kernen. Det kan karakteriseres ved den såkaldte stødparameter, b , som er den vinkelrette afstand mellem den retlinjede forlængelse af pilen på figuren og kernen. Større b , mindre vinkel. Ligeledes må afbøjningsvinklen afhænge af α -partiklens fart, v , og masse, m . Større fart, mindre afbøjning. Større masse, mindre afbøjning. Men så afhænger afbøjningen heller ikke af mere.

Vi skal altså finde en dimensionsløs kombination af k , b , v , og m . Fra $F = kr^{-2}$ findes dimensionen af k : $[k] = [F][r^2] = \text{M L T}^{-2} \text{L}^2 = \text{M L}^3 \text{T}^{-2}$. Og følgelig: $[k/m] = \text{L}^3 \text{T}^{-2}$. Og: $[k/(mv^2)] = \text{L}$. Således at

$$\frac{k}{mv^2b} = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0mv^2b} \quad (1)$$

er den dimensionsløse størrelse, der bestemmer vinkelafbøjningen af α -partiklen. Da alle potenser af en dimensionsløs størrelse også er dimensionsløse, og da

dimensionsanalysen efterlader os med en ukendt numerisk talfaktor, kan vi ikke påstå, at afbøjningsvinklen er givet ved (1). Men det ses af udledningen, at den entydigt er en funktion alene heraf.

Kommentar

Figuren kan også repræsentere en komet, der nærmer sig en tung stjerne. Modsat atomkernens frastødning af α -partiklen, tiltrækker stjernen kometen. Men ellers er situationen analog. Så lad os ved dimensionsanalyse finde, hvad der bestemmer kometens afbøjningsvinkel ved passagen af stjernen. Tiltrækningen under passagen er givet ved Newtons gravitationslov $F = kr^{-2}$, hvor $k = GMm$. G er den universelle gravitationskonstant, M stjernens masse, m kometens masse, og r den varierende afstand mellem stjerne og planet under passagen. Imidlertid afhænger afbøjningsvinklen nu ikke af k , svarende til den ovenstående analyse, men af $k/m = GM$. Det skyldes, at m i dette tilfælde indgår ens på begge sider af Newtons anden lov, og derfor udgår af en beregning. Men altså større GM , større afbøjning. Og afbøjningsvinklen må som før afhænge af b og v . Større b , mindre vinkel. Større v , mindre vinkel. Men så afhænger afbøjningen ikke af mere.

Hvis vi, svarende til opgaven om Rutherfordspredning, ved dimensionsanalyse vil finde den dimensionsløse størrelse, der bestemmer vinklen mellem retningerne, som kometen bevæger sig i, før og efter afbøjningen ved passagen af stjernen, skal vi altså lede efter en dimensionsløs kombination af GM , b og v . Da $[GM] = [F][r^2]/[m] = \text{M L T}^{-2} \text{L}^2/\text{M} = \text{L}^3 \text{T}^{-2}$ ses

$$\frac{GM}{v^2b} \quad (2)$$

at være den efterspurgte dimensionsløse størrelse.

Hvis vi inden for rammerne af Newtons mekanik antager, at lys har masse, findes lysets afbøjning ved passagen af en stjerne tilsvarende dimensionsanalytisk at være bestemt af

$$\frac{GM}{bc^2}, \quad (3)$$

hvor c er lysets hastighed. En beregning inden for rammerne af den generelle relativitetsteori giver en faktor 2 større afbøjningsvinkel end beregningen ifølge Newtons mekanik. Men det dimensionsanalytiske resultat (3)

gælder ligegodt her, da inputvariablene i begge tilfælde er de samme, GM , b og c .

Den største udfordring ved dimensionsanalyse er at afgøre hvilke inputvariable, der styrer et givet fænomen. Som en morsomhed siges det under tiden, at analysen kun lader sig gøre, hvis man i forvejen kender svaret på det stillede spørgsmål. Det mener jeg ikke er rigtigt. Men det er rigtigt, at man skal have nogle grundlæggende forståelser og begreber på plads i forvejen. Man kan derfor spørge til det hensigtsmæssige i at betjene sig af dimensionsanalyse, når der er tale om introducerende undervisning.

Med udledningen af de tre analoge udtryk (1), (2) og (3) for tre forskellige slags naturfænomener har jeg forsøgt at illustrere, hvorfor jeg synes, at netop dimensionsanalyse med dertil hørende udfordringer er en god ingrediens i introducerende undervisning. Det er afgørende i introducerende undervisning, at få skabt indledende nysgerrighed og begrebsforståelse hos de studerende, som forudsætning for det beregningstekniske, før det overskygger begrebsforståelsen. Og dimensionsanalysens efterspørgsel efter styrende inputvariable er netop velegnet til at holde fokus på overblik og begrebsforståelse.



Breddeopgave 96 og 97. Lodret frit fald

Inden næste nummer af Kvant udkommer, kan læserne overveje løsningerne til disse to opgaver fra breddekurset på RUC (fra eksamen januar 2008 og eksamen juni 2020, nr. 96 og 97 i rækken her i Kvant):

Ifølge Galilei skulle Aristoteles have ment, at en sten, tabt fra toppen af masten på et skib i fart, vil lande et stykke henne ad dækket, hvorimod Galilei var sikker på, at stenen lander for foden af masten. Er afstanden imellem de to formodede landingssteder til at konstatere? Begrund svaret.

På grund af Jordens rotation om sin egen akse falder en tabt sten fra det ca. 100 m høje rådhusårn i København ikke lodret ned til tårnets fod, selvom den ikke fik noget sidelæns skub, da den blev tabt. Hvorfor det? Kan det måles? Begrund svarene.

Løsninger og kommentar bringes i næste nummer af Kvant.

Breddeopgaver løst og kommenteret i Kvant 2000–2021

I samarbejde med Kvant har vi nu på RUC udgivet IMFUFA tekst nr. 517, som indeholder mine løste og kommenterede breddeopgaver i Kvant fra marts 2000 til december 2021. Det drejer sig om 94 opgaver. I takt med, at der fremover bringes nye opgaver i Kvant, vil de løbende blive tilføjet til teksten.

Samlingen af Kvantartikler gennem årene er lavet til undervisningsbrug på RUC. Men andre er også velkomne til at læse med. For at læseren skal kunne lede efter løsning og didaktisk kommentar til en bestemt opgave, er opgaverne i indholdsfortegnelsen angivet hver for sig. Også i de tilfælde, hvor flere opgaver er behandlet i samme artikel.

Jeg er Finn Berg Rasmussen tak skyldig for de fleste af årene at have leveret opsætningen af artiklerne i Kvant. Ligeledes er jeg Bo Jakobsen med assistance af Mette C. Nielsen tak skyldige for at have stået for opsætningen af IMFUFA teksten.

Teksten findes på linket:
<http://thiele.ruc.dk/imfufatekster/pdf/517.pdf>.

IMFUFA tekst 504a og 504b indeholder den fulde samling af 830 breddeopgaver (på dansk og engelsk) til og med sommereksamen år 2020. Tilsvarende samlingen af Kvant artikler opdateres den løbende med nye eksamensopgaver fra *Problem Solving in Physics* (bredde)-kurset på RUC.

Spørg Kvant



Kvant imødekommer nu et læserønske om at få en brevkasse i bladet, og vi er glade for, at lektor emeritus Malte Olsen har indvilliget i at være bestyrer af brevkassen. Malte Olsen har arbejdet i Marsgruppen, lavtemperaturgruppen og acceleratorgruppen på Niels Bohr Institutet.

Dit spørgsmål skal handle om fysik, geofysik eller astronomi samt være kort og præcist. Send dit spørgsmål til: Spoergkvant@kvant.dk.

Udvalgte spørgsmål bliver bragt i Kvant. Vi besvarer ikke anonyme spørgsmål, så du skal angive navn og adresse, men du kan skrive, at du kun vil præsenteres med dine initialer, hvis dit spørgsmål bliver trykt.

Der kan gå nogen tid, inden du får svar, så brevkassen er ikke egnet til akutte tilfælde, hvor der fx er brug for hurtig hjælp til en skoleopgave.