

Svingninger, opdrift og mørkt stof

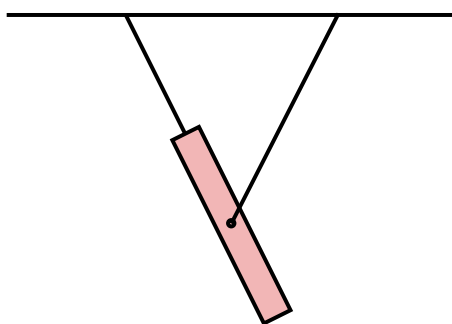
- breddeopgave 85, 86 og 87 med didaktisk kommentar

Jens Højgaard Jensen, IMFUFA, INM, RUC

Her bringes løsninger og kommentar til opgaverne fra forrige nummer samt en ny opgave. Opgaverne i sidste nummer af Kvant var disse breddeopgaver (nr. 85, 86 og 87 i rækken her i Kvant):

Breddeopgave 85. Svingninger

En homogen stang er ophængt i to snore, som vist på figuren. Hvordan svinger stangen, hvis henholdsvis den ene og den anden snor knækker? Begrund svaret.



Løsning

Knækker den venstre snor, vil stangen herefter være påvirket af tyngdekraften og snorkraften fra den anden snor. Da begge kræfter angriber i tyngdepunktet, vil stangen ifølge momentsætningen om tyngdepunktet for stive legemer bevare sin retning i rummet. Medens den ifølge tyngdepunktssætningen vil svinge, som var stangens masse samlet i dens midtpunkt.

Knækker den højre snor, vil stangen herefter ifølge tyngdepunktssætningen svinge bundet til den anden snor. Men snoren og stangen vil holde op med at være i forlængelse af hinanden. Snorkraften fra den anden snor vil derfor få en projektion vinkelret på stangen og dreje den om dens tyngdepunkt. Alt i alt bliver bevægelsen af stangen en kaotisk blanding af rotation om dens tyngdepunkt og svingning af tyngdepunktet.

Breddeopgave 86. Opdrift

En spand vand, hvori der flyder en træklods, sættes på gulvet i en elevator. Hvorledes ændrer træklodsens stilling sig i forhold til vandoverfladen, når elevatoren begynder at køre? Begrund svaret.

Løsning

Træklodsens stilling i vandet, når elevatoren er i hvile, er givet ved, at opdriftkraften på den modsvarer tyngdekraften på den. Opdriftkraften er lig med tyngdefeltstyrken, g , gange massen af det fortrængte vand. Tyngdekraften er lig med massen af træklodsens gange g . Massen af det fortrængte vand er derfor lig med massen af træklodsens.

Når elevatoren begynder at køre med accelerationen a , befinder vi os i et accelereret referencesystem, hvor det resulterende kraftfelt er $g - a$. Her er a positiv, hvis acceleration er nedadrettet, og negativ, hvis accelerationen er opadrettet. Vi skal nu gange de to masser med $g - a$ i stedet for med g for at udregne de to balancerende kræfter. Men det ændrer ikke på, at massen af det fortrængte vand stadig må være lig med massen af træklodsens. Træklodsens stilling i forhold til vandoverfladen er derfor upåvirket af, at elevatoren kører.

Breddeopgave 87. Mørkt stof

Hypotesen om mørkt stof blev først fremsat i 1933 af Fritz Zwicky, fordi han observerede, at galakserne i en bestemt galaksehob bevægede sig, som om massetætheden i galaksehoben var omkring 400 gange større end massetætheden af det synlige stof i galaksehoben. Hvor mange gange hurtigere bevægede galakserne i galaksehoben sig, end de ville have gjort, hvis det alene var synligt stof, der bevægede dem? Begrund svaret.

Løsning

Lad os antage, at galaksehoben er kugleformet med en jævn massetæthed ρ . Hvis vi for simpelhedens skyld antager jævn cirkelbevægelse, er den fart v , som en galakse med massen m i afstanden r fra galaksehobens centrum bevæger sig med, givet ved:

$$m \frac{v^2}{r} = Gm \frac{4\pi\rho r^3}{3r^2} \quad (1)$$

hvor G er gravitationskonstanten i Newtons gravitationslov. Det følger af Newtons anden lov for en jævn cirkelbevægelse sammen med Newtons teorem, at påvirkningerne fra stoffet i galaksehoben i større afstande fra centrum end r er nul, og at påvirkningen fra stoffet i mindre afstande end r svarer til, at det var samlet i centrum.

Af ligningen ses det, at en vurderet forøgelse af ρ med en faktor 400 må have hængt sammen med en iagttaget forøgelse af v med en faktor $\sqrt{400} = 20$ i forhold til det forventede, hvis det alene var synligt stof, der bevægede galakserne.

Kommentar

Nu om dage er det oprindelige breddekursus på RUC opdelt i to. Fysisk problemløsning I på bachelordelen af fysikstudiet og Fysisk problemløsning II på kandidatdelen. På kandidatdelen stilles der eksamensopgaver i et helt fysikpensum i bredden, på bachelordelen det halve af dette pensum. De tre mekanikopgaver her er fra den samme eksamen på Fysisk problemløsning

I. Ud over de tre mekanikopgaver bestod eksamenssættet af en relativitetsteoriopgave og en hydrodynamik/termodynamikopgave. I alt fem opgaver, hvoraf de studerende skulle besvare fire efter eget valg.

Jeg har valgt at bringe de tre mekanikopgaver fra samme eksamen samlet for at kunne diskutere deres relative sværhedsgrad.

Da min medeksaminator (Tina Hecksher) og jeg bedømte eksamensbesvarelsene, støttede vi os som sædvanligt til point, som vi hver for sig gav for besvarelsen af de enkelte opgaver i hvert opgavesæt, for slutteligt at vurdere besvarelsen af opgavesættet i dets helhed. Lægges både mine og Tinas point ved den pågældende eksamen sammen for alle de studerendes besvarelser, gav vi 48% af det maksimalt opnåelige sammenlagte antal point for besvarelsene af svingningsopgaven, 67% af det maksimalt opnåelige antal point for besvarelsene af opdriftopgaven, og 75% for opgaven om mørkt stof. Procenterne skal ikke tages for mere end en strømpil. Fysikstudiet på RUC er lille (og hyggeligt) med kun 11 studerende til den pågældende eksamen. Og vores måde at give point på er ikke udtryk for eksakt videnskab. Ikke desto mindre er procenterne i overensstemmelse med, hvad man kunne forvente.

Opgaven om mørkt stof er emnemæssigt spændende og interessant, men den mindst udfordrende af de tre opgaver. Newtons anden lov anvendt på jævn cirkelbevægelse er mere eller mindre indarbejdet rutine hos de fleste af de studerende fra mange andre problemløsningsopgaver. Det samme gælder til en vis grad anvendelsen af Newtons teorem.

Opgaven om opdrift (som skyldes Poul Winther Andersen) er begrebsmæssigt mere udfordrende. De studerende kender godt Arkimedes' lov. De ved også godt, at der optræder supplerende kræfter i et accelereret referencesystem. Men en ting er at kende og kunne anvende Arkimedes' lov i konkrete situationer. Noget andet er at have fået ind under huden, hvorfor Arkimedes' lov gælder. Og derigennem være klar over, at størrelsen af det resulterende kraftfelt i elevatoren er uden betydning.

At opgaven om den svingende stang var den sværeste, kom som sagt ikke som nogen overraskelse. Det er en kendt sag, at begrebsforståelsen vedrørende det grundlæggende i Newtons mekanik er svært at tilegne sig. Googler man "Force concept inventory", finder man en overvældende kaskade af fysikdidaktisk litteratur fra 1985 og fremefter, som rapporterer undersøgelse efter undersøgelse, der dokumenterer gymnasieelevers og fysikstuderendes mangel på grundlæggende begrebslig forståelse af Newtons mekanik. Eleverne og de studerende kan typisk kun anvende Newtons mekanik i indøvede standardsituationer.

I vores tilfælde havde nogle af de studerende styr på, hvad der sker, når den venstre snor knækker. Men ingen havde et rimeligt bud på, hvad der sker, når den højre snor knækker. Det mest almindelige bud var, at den venstre snor og stangen så svingede ligesom et pendul i et bornholmerur, som om snoren og stangen var stift forbundne. Og det kan ikke lade

sig gøre. Kalder vi længden af snoren l_1 , længden af stangen l_2 , massen af stangen M , vinklen med lodret Θ , og tyngdefeltstyrken g , skal en sådan bevægelse både respektere tyngdepunktssætningen for bevægelsen af stangens massemidtpunkt, og momentsætningen for stang plus snors drejning omkring ophængspunktet i loftet:

$$M(l_1 + l_2/2)\ddot{\Theta} = -Mg \sin \Theta \quad (2)$$

og

$$M((l_1 + l_2/2)^2 + l_2^2/12)\ddot{\Theta} = -Mg \sin \Theta (l_1 + l_2/2) \quad (3)$$

For en i praksis masseløs snor, der ikke kan levere en kraft på tværs af sin længderetning, viser de to ligninger, at tvagelsen om en svingning ligesom pendulet i et bornholmerur for alle værdier af $\Theta (\neq 0)$ medfører en modstrid:

$$M((l_1 + l_2/2)^2 + l_2^2/12) = M(l_1 + l_2/2)^2 \quad (4)$$

De studerende forsøgte sig typisk med det fysiske pendul som skema for deres overvejelser over, hvad der sker, når den højre snor knækker. Hvorimod de ikke foretog analysen mere grundlæggende ud fra tyngdepunktsætningen og momentsætningen for stive legemer. Hverken kvalitativt eller kvantitativt. Det er heller ikke nemt. Især da ikke kvantitativt. Hvis vi antager snoren stiv og forbundet med stangen med et drejeleje, er der tale om et kaospendul. Og endnu værre er det med en ikke stiv snor, som ikke behøver at være strakt hele tiden. Opgaven var derfor først og fremmest en invitation til at gøre sig kvalitative overvejelser ved hjælp af grundbegreberne i Newtons mekanik for stive legemer.

Hvorfor stille så udfordrende en opgave til eksamen?

Den nævnte kaskade af undersøgelser ved hjælp af "Force concept inventory" viser samstemmende, at studerende typisk bliver stående ved situationsbundne, konkrete forståelsesmåder, så længe de rækker. For at lære dem mere generelle, abstrakte forståelsesmåder er det nødvendigt at udfordre dem med eksempler, hvor den konkrete og situationsbundne forståelse ikke rækker. Da vores undervisning bygger på samlingen af tidligere eksamensopgaver, er der derfor brug for sådanne udfordrende opgaver i samlingen.

Men der er også mere opskriftorienterede opgaver i samlingen. Som den om opdrift, og i højere grad den om mørkt stof.

Breddeopgave 88. Hvilemasse

Inden næste nummer af Kvant udkommer, kan læserne eventuelt overveje løsningen til denne opgave fra breddekurset på RUC (fra eksamen august 2015, nr. 88 i rækken her i Kvant):

En snurretop på en vægt vejer mere, jo hurtigere den snurrer. Hvor hurtigt skal den snurre, for at det kan måles? Begrund svaret.

Løsning og kommentar bringes i næste nummer af Kvant.