

Emmy Noether og fysikkens bevarelseslove

Af Else Høystrup

Ligesom alle fysikere kender navnet Albert Einstein, kender alle matematikere navnet Emmy Noether. Men at Noether også var en stor teoretisk fysiker, kommer nok som en overraskelse for mange matematikere og en del fysikere. Amalie Emmy Noether (1882-1935) var en tysk matematiker og fysiker, som revolutionerede den matematiske disciplin algebra i sin levetid. Hun var hovedkraften bag skabelsen af den abstrakte algebra. Men nu, mange år efter hendes død, betragtes hun også blandt mange fysikere som en person, der revolutionerede fysikkens grundlag. Det er især partikelfysikere, som er blevet begejstrede over Noethers resultater.

En kvindelig pioner i matematisk fysik

Emmy Noether var både matematiker og matematisk fysiker. I sin levetid blev hun mest kendt som matematiker, men i dag er der også kommet stor interesse for hendes resultater blandt fysikere.



Figur 1. Emmy Noether som ung.

I 1918 fik hun publiceret to fysikartikler. Her fandt hun frem til nogle generelle lovmæssigheder vedrørende sammenhængen mellem symmetrier og bevarelseslove i fysikken. Hun beviste to sætninger og deres omvendte, og i dag kaldes disse sætninger kollektivt for "Noethers sætning". Her løste hun bl.a. et problem vedrørende manglende lokal energibevarelse i den generelle relativitetsteori. I 1915 var Noether blevet inviteret til Göttingen, dengang matematikkens Mekka, for at løse netop dette problem. Hverken Einstein eller de to Göttingen-matematikere, som havde givet hende opgaven, nemlig David Hilbert og Felix Klein, havde selv kunnet løse problemet.

Biografi¹

I begyndelsen af 1900-tallet, da Emmy Noether var ung, var de tyske universiteter lukket for kvinder, men de blev åbnet i de enkelte tyske delstater en efter en i løbet af Noethers levetid. I Danmark blev universitetet

åbnet for kvinder i 1875. Skønt Noethers egen far, Max Noether (1844-1921), var professor i matematik i Erlangen, kunne hun i starten ikke engang overvære forelæsninger i Erlangen.

Selv om hun fik mulighed for at blive professionel matematiker senere og fik meget anerkendelse i matematikerkredse, fik hun aldrig et regulært job i Tyskland. Sandsynligvis fordi hun både var kvinde og jøde. Jøder blev også diskrimineret i Tyskland dengang, men da nogle jøder jo blev professorer, herunder både Noethers far og hendes bror, Fritz Noether (1884-1941), som blev matematisk fysiker, var det nok i sidste instans, fordi hun var kvinde, at hun ikke fik et regulært job.

Hendes jobsituation var så vanskelig, at hun i mange år ikke modtog nogen løn overhovedet. For at give hende chancen for at bruge sine evner i matematikundervisning, annoncerede den store matematiker David Hilbert (1862-1943) forelæsninger i sit navn, "med assistance fra frk. Noether".

Hilbert gjorde, hvad han kunne for at skaffe Noether et regulært job, eller bare et betalt job, ved Göttingen Universitet. Første gang var i 1915, hvor han imidlertid mødte skarp modstand fra universitetets humanister: filologerne og filosofferne. I modsætning til matematikerne, som var tilhængere af kvinder på universitetet, i hvert fald én af Noethers format, argumenterede humanisterne imod kvinder generelt. Hilberts modargument var den berømte sætning: "Aber die Universität ist doch keine Badeanstalt!"

Men det hjalp ikke. I 1915 var 1. Verdenskrig lige brudt ud, og humanisternes argument var, at hvis man tillod kvinder at undervise ved universitetet, så ville de blive konkurrenter til de mandlige soldater, når de engang vendte hjem fra krigen. Der var også mange mænd, der anså, at det ville være ydmygende for mænd at blive undervist af en kvinde.

Som nævnt i indledningen, og som vi skal se i afsnittet om Emmy Noethers fysik, så hjalp hendes resultater i 1918 David Hilbert og den anden store matematiker i Göttingen, Felix Klein (1849-1925), med matematiske problemer i den generelle relativitetsteori. Noethers resultater var også af stor betydning for Albert

¹Hovedkilden til de biografiske oplysninger er [1].

Einstein (1879-1955). Han arbejdede i Berlin på denne tid. Især hendes artikel, "Invariante Variationsprobleme", rummede betydningsfulde bidrag til matematisk fysik, men det blev først for alvor tydeligt for fysikere længe efter Noethers død. I denne artikel formulerer Noether de sætninger, som senere kollektivt er blevet kaldt "Noethers sætning". Der knytter sig en interessant historie til artiklens offentliggørelse:



Figur 2. Felix Klein (t.v.) og David Hilbert (t.h.).

Felix Klein fremlagde Noethers artikel "Invariante Variationsprobleme" den 16. juli 1918 i *Die Königliche Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*. Som kvinde havde hun nemlig ikke selv hverken mulighed for medlemskab eller tilstedeværelse. Det var imidlertid ikke noget specielt for Tyskland. Til sammenligning kan man nævne, at skønt det engelske *Royal Society* blev dannet i 1662, blev den første kvinde først valgt ind i 1945. I Frankrig stod det endnu mere grelt til: Deres *Academie des Sciences* var blevet dannet i 1666, men deres første kvinde blev valgt ind så sent som i 1962. Marie Curie blev således aldrig valgt ind på trods af sine to Nobelpriser! Men i Danmark var vi endnu langsommere: *Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskab* var oprettet i 1742, men først i 1968 blev den første kvinde valgt ind. Da både Hilbert, Klein og Einstein anerkendte Noethers store talent og glimrende resultater, ønskede de alle tre at hjælpe hende til at få i hvert fald et betalt job ved Göttingen Universitet. Især Einstein var imponeret over hendes resultater. I 1919, efter at 1. Verdenskrig var slut, ændredes tiderne i den unge tyske Weimar Republik, og der kom en mere liberal holdning til bl.a. kvinder. Så Klein kunne endelig skaffe Noether, ikke et job, men i det mindste en tilladelse til at undervise ved Göttingen Universitet.

For at opnå retten til at undervise ved et tysk universitet, skulle kandidaten lave en afhandling på højt niveau, svarende til vores doktordisputats. På tysk hedder det "Habilitation", og dette begreb rummer også kravet om, at kandidaten skal give en succesfuld prøveforelæsning. Noether valgte som disputats "Invariante Variationsprobleme".

I 1919 fik hun således endelig retten til at undervise ved Göttingen Universitet. Hendes titel var "Privatdozent", som imidlertid ikke var et job, og som ikke gav nogen løn. I 1922 fik hun titlen "Ausserordentlicher Professor", men den titel indebar stadig ikke nogen løn. Først i 1923 fik hun en "Lehrauftrag", som gav hende

en smule løn for hendes undervisningstimer. Men denne stilling skulle fornys hvert semester.

Men det fantastiske ved Emmy Noether var, at hun trods næsten ingen penge og ingen status formåede at leve et liv, der var tilfredsstillende for hende. Hun bekymrede sig ikke om verdslig rigdom. Den smule penge, hun havde, stammede fra en lille arv. Hun vænnede sig til fattigdommen, som hun klarede ved at leve et meget enkelt liv, hvor hun boede på et billigt pensionat. Hun giftede sig aldrig, og hun fik ingen børn.

Da Hitler kom til magten i 1933, blev Noether og andre jøder fyret fra deres universitetsjob. Hun var oven i købet specielt afskyelig for nazisterne, fordi hun var alt det værste for dem: Hun var jøde, hun var en akademisk kvinde, hun var socialdemokrat, og hun var pacifist.

Så hun blev tvunget til at emigrere, ligesom mange andre tysk-jødiske matematikere og fysikere, herunder som bekendt Albert Einstein. I 1933 skaffede man Noether et gæstprofessorat i USA på Bryn Mawr College i Pennsylvania. Det var et kvindecollege, som havde et fint ry. Her skabte hun en gruppe af entusiastiske tilhængere, denne gang af kvindelige matematikere. Engang om ugen tog hun toget til Princeton University, som lå i nærheden. Her holdt hun forelæsninger om sin matematik på "Institute for Advanced Study". Blandt hendes tilhørere var hendes gamle bekendt, Albert Einstein. Desværre døde Emmy Noether af kræft allerede i 1935, kun 53 år gammel.

I en mindetale, som hendes kollega fra Tyskland og USA, Hermann Weyl (1885-1955), holdt, omtaler han Noethers fine, generøse og uselviske personlighed [2]:

"En stormfuld tid, som [under nazismen] i Göttingen i sommeren 1933, fører folk tæt sammen. Så jeg har levende minder om denne tid. Emmy Noether – hendes mod, hendes åbenhjertighed, hendes ubekymrede holdning til sin egen skæbne, hendes forsonende ånd – var midt i alt det had og al den nedrigthed, desperation og sorg, som omgav os, en moralsk trøst."

Noethers matematik: Abstrakt algebra

Emmy Noether skabte en helt ny videnskabelig skole, som blev en af de mest fremragende skoler i matematikken: Den abstrakte algebras skole. Hun var inspireret af David Hilbert, som havde grundlagt den abstrakte skole i matematik generelt. I Noethers hænder blev algebraen ført bort fra tunge, besværlige udregninger over til at operere med abstrakte og generelle begreber som grupper, algebraer, ringe og idealer. Hun beviste vidunderlige sætninger, som fx i 1921 i artiklen "Idealtheorie in Ringbereichen" i *Mathematische Annalen*.

Men man kan ikke måle hendes indflydelse blot ud fra hendes egne publikationer: Hun var meget generøs med at give sine ideer videre til sine studenter og kolleger, og hun var enormt inspirerende. Hvis man vel at mærke kunne følge hendes avancerede tanker. Hun inspirerede også arbejde inden for andre matematiske discipliner, som algebraisk topologi og algebraisk geometri. Hendes arbejdsmåde bestod bl.a. i at

arbejde i et tæt netværk af tilhængere, som blev kaldt "Noether-drengene". Matematik var hendes passion, og den eneste; hun arbejdede konstant med den, og hun var lykkelig med matematikken. Om søndagen gik hun sædvanligvis lange ture på landet med sine Noether-drengene, hvor de udvekslede matematiske ideer. Hun var en stor og sympatisk personlighed.

Hendes kollega og nære ven, den russiske algebraiske topolog Pavel S. Alexandrov (1896-1982), holdt en fin mindetale om hende i 1935 ved et møde i Moskvas Matematiske Forening [4]:

"Den fundamentale karakteristik ved hendes matematiske talent var hendes bestræbelser på at formulere matematiske problemer generelt samt hendes evne til at finde formuleringer, som afslører den grundlæggende logiske natur af spørgsmålet. Hun fjernede enhver tilfældig særegenhed, som komplicerer og skjuler hovedpointen. [...] Det var hende, der lærte os at tænke i simple og generelle algebraiske begreber – homeomorfe afbildninger, grupper og ringe med operatorer, idealer – og ikke i besværlige algebraiske udregninger. Der ved blev vejen åbnet til at finde algebraiske principper på steder, hvor sådanne principper var blevet tilsløret af en eller anden kompliceret situation, som overhovedet ikke var egnet til at blive løst ved hjælp af klassisk algebra."

Skønt Noether foretrak at tænke abstrakt og generelt, så lavede hun slet ikke abstraktioner for abstraktionernes egen skyld, men fordi abstraktionerne i hendes hænder blev mere frugtbare og kunne føre til mange flere anvendelser. Det blev meget betydningsfuldt, både i matematik og fysik.

Den hollandske algebraiker, Bartel Leendert van der Waerden (1903-1996), kom til Göttingen umiddelbart efter sin eksamen. Han blev en af de ivrigste Noether-drengene, og han fik enorm indflydelse på udbredelsen af Noethers ideer og arbejdsmåde til resten af verden (også USA), da han i 1930-31 udgav bogen "Moderne Algebra". Den er kommet på tysk og på engelsk i mange udgaver. Van der Waerdens tobindsværk bygger på Noethers og Emil Artins forelæsninger. Emil Artin (1898-1962) var også tilknyttet gruppen af Noether-drengene. Emmy Noether selv både skrev og forelæste kun for de allerdygtigste, og hendes matematik og fysik var ikke lettilgængelig. Så populariseringen og udbredelsen af Noether-skolens resultater og metoder via van der Waerden's bøger var meget betydningsfuld.

Van der Waerden var en af dem, der skrev en lang, fin nekrolog over Emmy Noether efter hendes død i 1935. Hans nekrolog kom i det indflydelsesrige tidsskrift *Mathematische Annalen*, et tidsskrift, som Noether selv havde bidraget meget til som (uofficiel!) redaktør. Vi må her tænke på, at i 1935 var der nazisme i Tyskland, og Emmy Noether var jøde og havde derfor måttet emigrere. Så det var modigt af van der Waerden at skrive en lang, fin nekrolog over hende i 1935. Han

skrev bl.a. [6]:

"Hendes arbejde blev styret af et grundprincip, der kan beskrives som følger: Alle relationer mellem tal, funktioner og operationer bliver først gennemskuelige, generelt anvendelige og fuldt ud produktive, efter at relationerne er blevet isoleret fra deres specifikke objekter, og efter at de er blevet formuleret som universelt gyldige begreber. Hendes originalitet lå i den fundamentale struktur af hendes kreative hjærne, i hendes måde at tænke på og i målet for hendes bestræbelser. Hendes mål var styret specifikt mod videnskabelig indsigt."

Noethers matematik er blevet mere og mere betydningsfuld for den moderne fysik, også i dag, mange år efter hendes død. Det gælder både den matematik, som hun selv skabte, og den matematik, som hun anvendte. Hun var specialist i grupper, symmetri grupper, Lie-grupper, Lie-algebraer, variationsregning, tensorer, Lagrangian og meget mere. Alle disse begreber optræder hyppigt i teoretisk fysik i dag.

Fysik: Problemer med energibevarelse

Som tidligere nævnt, inviterede matematikerne David Hilbert og Felix Klein i 1915 Emmy Noether til det berømte Göttingen Universitet i Tyskland. Hilbert og Klein arbejdede med Einsteins generelle relativitetsteori, og Hilbert konkurrerede med Einstein om at finde feltligningerne. Begge disse matematikere og Einstein selv var imidlertid stødt på et paradoks: Under den generelle relativitetsteori var der tilsyneladende ingen lokal energibevarelse. Under den specielle relativitetsteori var der derimod både lokal og generel energibevarelse. Emmy Noether blev inviteret til Göttingen for at hjælpe de tre involverede med at løse deres problem, fordi hun allerede på det tidspunkt var berømt for sit arbejde med invarianter.

Hun løste det konkrete problem hurtigt og elegant, og oven i dette lavede hun yderligere generaliseringer. Hendes artikel om emnet hedder som tidligere nævnt "Invariante Variationsprobleme", og den udkom i 1918 [7]. Hun havde faktisk lavet endnu en artikel om et beslægtet emne i matematisk fysik: Den hedder "Invarianten beliebig Differentialausdrücke". Den kom også i 1918 [9], men før den ovenfor omtalte artikel. Den var mere matematisk, mens "Invariante Variationsprobleme" var mere fysisk.

Både Hilbert, Klein og Einstein blev begejstrede for Noethers artikler. Især Einstein var meget imponeret over hendes resultater, og i maj 1918 skrev han til Hilbert efter at have læst Noethers første artikel om matematisk fysik [10]:

"I går modtog jeg fra frk. Noether en meget interessant artikel om invarianter. Jeg er imponeret over, at sådanne ting kan forstås på så generel en måde. Det vil ikke kunne skade de tyske soldater, som vender hjem fra skyttegravene [die "Feldgrauen"], at blive sendt i skole hos frk. Noether! Hun kan virkelig sit stof!"

Noethers nu berømte fysikartikel “Invariante Variationsprobleme” handler om problemer, som hun løser ved hjælp af variationsregning med differentielle invarianter. Variationsregningen opererer med mindstevirkningsprincippet. Hun bruger bl.a. Lie-grupper og Lie-algebraer samt Lagrangske metoder til sine beregninger af virkningen S (eng. action), som er tidsintegralet af Lagrange-funktionen. Som noget nyt lagde hun også afgørende vægt på symmetrigrupper i fysikken. Som nævnt i indledningen, beviser hun to sætninger og deres omvendte, og tilsammen kaldes disse fire sætninger kollektivt for “Noether-sætningen”. Nogle gange omtales de imidlertid som “Noethers 1. og 2. sætning”.

Noether beskæftiger sig med grupper af kontinuerte koordinattransformationer med kontinuerte afledede. De er Lie-grupper.

Lad os nu dele Noethers sætning op i sætning 1 og sætning 2, og lad os se, hvilken rolle de havde mht. relativitetsteorien:

- Noethers sætning 1 handler bl.a. om den specielle relativitetsteori: Her er symmetrigruppen Lie-gruppen af Lorentz-transformationer, kaldet Poincaré-gruppen.
- Noethers sætning 2 handler bl.a. om den generelle relativitetsteori: Her er symmetrigruppen en meget større Lie-gruppe, som Noether kalder en “uendelig kontinuert gruppe”.

Ovenstående korte, matematiske beskrivelse af Noethers to sætninger er inspireret af [11]. Fysisk set drejer Noethers sætninger sig overordnet om *den fundamentale forbindelse mellem symmetrier, invarianser og bevarelseslove*, som hun var den første til at se klart. Hendes abstrakte og generelle arbejds metode overførte hun fra sin matematik til fysikken. Det blev så frugtbart, at hendes sætninger giver en guldgrube af konkrete resultater. Af hendes sætninger kan man bl.a. udlede de fire love vist i boksen.

Bevarelseslove fra Noethers sætninger

- Tidstranslationsinvarians medfører energibevarelse
- Rumtranslationsinvarians medfører bevarelse af impulsen (bevægelsesmængden)
- Rotationsinvarians (isotropi) medfører bevarelse af impulsmomentet
- Gaugeinvarians af Maxwells elektromagnetiske ligninger medfører ladningsbevarelse

Tidsinvarians og ruminvarians er absolut fundamentale for videnskabelig tænkning, fordi de garanterer, at et eksperiment, som bliver gjort på et andet tidspunkt eller på et andet sted, vil give de samme resultater. Uden det ville al videnskab og videnskabelig teori være svært!

I dag har man indført en ny definition af energi, impuls og impulsmoment ud fra ovenstående punkt 1-3. Fx mht. *energi*, så *definerer* man den nu som den tilhørende bevarede størrelse i punkt 1. Det gælder både for klassisk mekanik, relativitetsteori og kvantemekanik.

Noethers resultater udgør en hovedhjørnesten i den moderne teoretiske fysiks grundlag. Hendes resultater har også vist sig at være centrale for områder af fysikken, som er udviklet efter 1918 og efter hendes levetid, specielt partikelfysikken.

Fysikprofessor Jeppe Dyre fra RUC siger: “Noethers sætning er det smukkeste og mest centrale resultat i fysikken!”

Den tyrkisk-amerikanske fysiker Feza Gürsey (1921-1992) skrev følgende i 1983 [5]: “Noethers arbejde er af den allerstørste betydning for fysik og for fortolkningen af fysikkens grundlæggende love udtrykt i begreber fra gruppeteorien.”

Gåden: Hvorfor blev Noether ikke anerkendt som fysiker i sin levetid?

Emmy Noether lagde ikke selv så meget vægt på sine to fysikartikler og deres betydning. Hun betragtede dem som ungdomsværker, der adskilte sig fra resten af hendes arbejde, som faldt indenfor den abstrakte algebra. Hun blev også i sin samtid hovedsageligt anset for at være matematiker, men en stor matematiker. I tiden omkring 1918 fik hun imidlertid meget anerkendelse for sin fysik, men så kommer gåden: Når mange fysikere, specielt partikelfysikere, i vore dage anser hendes fysik for noget af det vigtigste i fysikkens grundlag, hvorfor blev hun så næsten ikke citeret af fysikere i de næste 40 år: ca. 1918-1958? Det vil jeg forsøge at belyse, dels ved egne studier, dels ud fra en meget interessant analyse fra den amerikanske partikelfysiker, Nina Byers’ to fine artikler fra 1994 [12] og 1996 [11].

Måske var en af grundene til, at Noether ikke blev citeret særlig meget af fysikere i mange år, at hendes artikler var meget tekniske mht. matematikken, og at artiklerne lå på grænsen mellem matematik og fysik. Måske var hun forud for sin tid, – partikelfysikken var stadig i sin barndom i hendes levetid. Måske blev hun diskrimineret af fysikere pga. sit køn, idet mange fysikere dengang måske havde svært ved at forestille sig, at det var en kvinde, der lavede så fundamentale bidrag til fysikken. Men på den anden side blev hun, i hvert fald fagligt set, ikke kønsdiskrimineret i matematik. Dog var hendes jobsituation som matematiker jo elendig, som beskrevet tidligere.

Men der har nok også været nogle mere specifikke grunde til tavsheden, dels af videnskabssociologisk art, dels af faglig art:

- Felix Klein, som var med til at invitere Noether til Göttingen, var så begejstret for hendes to artikler i 1918, at han skaffede hende en, ganske vist ulønnet, stilling som Privatdozent i 1919. Men han har alligevel skadet hendes ry som fysiker ved i en note at skrive noget, der har kunnet fortolkes som en undervurdering af hendes originalitet, til fordel for hans egen [12]. Måske var det utilsigtet, for han havde jo stor respekt for hende.
- Hermann Weyl (1885-1955), Noethers kollega i Göttingen og i USA, var på den ene side meget begejstret for Noethers arbejde, både som matematiker og fysiker. Det har han bl.a. beskrevet i

sin lange mindetale om hende efter hendes død i 1935 [2]. Men på den anden side var han med til at lægge grunden til, at hendes fysiske arbejder ikke blev direkte citeret i mange år, fordi han i sine to indflydelsesrige bøger af relevans for Noethers fysik, nemlig “Raum, Zeit, Materie – Vorlesungen über Allgemeine Relativitätstheorie”, 1918, og “Gruppentheorie und Quantummechanik”, 1928, *ikke* citerer hende. Det forekommer i dag som lidt af et paradoks, og hvis han havde været mere ærlig over for hendes arbejde i fysik, kunne det være blevet meget mere citeret, også i hendes levetid, og det kunne have gavnet hende i hendes vanskelige jobsituation.

- Der var fysikere, som brugte enkelte dele af hendes resultater, men uden at nævne hendes navn eller hendes artikler.
- I 1924 udkom Richard Courants (1888-1972) og David Hilberts berømte “Grundlagen der Mathematischen Physik” for første gang. Den rummer et kort afsnit om Noethers sætning [12].
- I 1920’erne og 1930’erne var det måske ikke alle fysikere, der forstod, at Noethers sætninger var af så fundamental betydning, som senere tiders fysikere har gjort. Det kan hænge sammen med to ting: Dels havde den generelle relativitetsteori også en lang “latenstid”: ca. 1920-1960. Mange fysikere fandt, at Einsteins 1915 teori var for matematisk, og desuden blev den først for alvor underbygget af observationer og eksperimenter omkring 1960 [13]. Den anden faktor var, at nogle fysikere (fx Niels Bohr) i en periode faktisk var i tvivl om *energiebevarelse som et fundamentalt princip*. Det skyldtes bl.a., at energi så ud til at forsvinde i beta-henfald. Det problem blev løst teoretisk af Wolfgang Pauli (1900-1958), som i 1930 indførte en ny partikel, *neutrinoen*.

Men hvorfor og hvornår begyndte fysikere så at tro på energibevarelse som et fundamentalt princip? Og hvorfor og hvornår begyndte fysikere at betragte Noethers resultater som fundamentale?

- I 1956 opnåede man en definitiv eksperimentel verifikation af energibevarelse i beta-henfald. Eksperimentalfysikerne Clyde Cowan (1919-1974) og Frederick Reines (1918-1998) fandt nemlig direkte elektronneutrinoen ved det, der kaldes “neutrinoeksperimentet”. Det udløste en nobelpris i fysik til Frederick Reines, men først næsten 40 år senere, i 1995. Da var Cowan allerede død.
- I mange år efter 1918 havde fysikere anvendt en Hamiltonsk formulering i stedet for en Lagrangsk formulering i kvantemekanikken, mens Noethers indfaldsvinkel var en Lagrangsk formulering. Men i 1950’erne begyndte mange fysikere at anerkende betydningen af Lie-grupper i Lagrangsk formulering i kvantefeltteori, og dermed fik Noethers arbejder og formuleringer en renæssance.

- Siden er det gået stærkt med at anerkende Noethers og hendes arbejders store betydning for fysikken. Det er dog især blandt partikelfysikere, at Noether i dag er berømt. Det skyldes nok, at netop symmetrier og bevarelseslove er meget centrale i partikelfysikken.

Min kilde, partikelfysikeren Nina Byers, konkluderer angående det, som hun kalder “A Puzzle” [12], “Jeg tror, at mange fysikere med mig vil mene, at Noethers sætninger har spillet en nøglerolle i den teoretiske fysiks udvikling.”

Afslutning

Emmy Noether og hendes arbejde må nok siges at være undtagelser i videnskabshistorien, hvis man tager mænd som norm, for dels mødte hun diskrimination som kvinde, dels mødte hun også diskrimination som fysiker. Men trods dette var hun en tidlig pioner. I fysik er det nok hendes fortjeneste, at *symmetribetragtninger* er blevet så væsentlige i dag.

I dag huskes Emmy Noether på mange måder, og hendes navn bliver knyttet til adskillige fænomener, herunder: Noether-sætningen i fysik og Noetherske ringe i matematik. Også et krater på bagsiden af Månen er opkaldt efter hende: Nöther Krateret. I vore dages matematik- og fysikartikler og lærebøger er der også mange henvisninger til hendes bidrag.



Figur 3. Emmy Noether på en bådudflugt ved en matematikkongres i 1932.

Højdepunktet af anerkendelse i hendes egen levetid var i 1932 ved Den Internationale Matematikerkongres i Zürich. Her holdt hun som den første kvinde ved en matematikkongres et foredrag i plenum.

Emmy Noether var overordentlig anerkendt som matematiker allerede i sin egen levetid, og man anerkendte fuldt ud betydningen af hendes skole i algebra. Men alligevel var der mislyde, selv blandt de anerkendende matematikere: Hun var en yderst kompetent, hjælpsom, inspirerende og værdsat medredaktør af det vigtige tidsskrift *Mathematische Annalen*. Men hun stod ikke nævnt officielt som medredaktør. Hvorfor ved jeg faktisk ikke, og det kan da godt have givet hende en

lille sorg. Men sin vane tro, blev hun aldrig bitter over de obstruktioner, hun mødte. Hun koncentrerede sig om sin matematik og sine matematiker- og fysikervenner og deres familier.

Nu vil jeg overlade ordet til Einstein, som skrev en fin nekrolog over Emmy Noether i *The New York Times*, den 5. maj 1935 [14]:

“For et par dage siden døde en betydningsfuld matematiker, professor Emmy Noether, som tidligere arbejdede ved Göttingen Universitet, og som de sidste to år arbejdede ved Bryn Mawr College. Hun døde i sit 53. år [...] De fleste menneskers bestræbelser går med kampen for det daglige brød. Men størsteparten af dem, der [...] er befriet for denne kamp, er hovedsageligt optaget af at forbedre deres materielle velstand [...] Under dette ligger der alt for ofte illusionen om, at det er det vigtigste og mest ønskværdige mål [...] Men der er, heldigvis, en lille gruppe mennesker, som tidligt i deres liv opdager, at de smukkeste og mest tilfredsstillende oplevelser [...] *ikke* kommer udefra, men stammer fra udviklingen af individets egne følelser, tanker og handlinger. De ægte kunstnere, forskere, opfindere og tænkere har altid været mennesker af denne slags. Disse menneskers liv forløber måske tilsyneladende ikke iøjnefaldende, men det er ikke desto mindre frugterne af deres bestræbelser, som er de mest værdifulde bidrag, som en generation kan give videre til den efterfølgende [...] [Emmy Noether var en sådan person].”

Denne artikel udspringer af en kortere, engelsksproget Emmy Noether-biografi på bloggen “Grandma Got STEM” [15], der imidlertid kun omtalte fysikken kort.

Litteratur

- [1] Dick, Auguste (1981), Emmy Noether: 1882-1935. Birkhäuser 1981. [Den autoritative biografi, som indeholder alle de fire, vigtige nekrologer over Noether, alle oversat til engelsk].
- [2] Weyl, Hermann (1935), Emmy Noether. [Nekrolog]. *Scripta Mathematica*, III, **3**, (1935), pp. 201-220. Står også i [1]. Link fra [3] til den kortere mindetale fra 26.4.1935.
- [3] O'Connor, John J. and Robertson, Edmund F. (2014), Emmy Noether. Biografi på MacTutor History of Mathematics Archive, University of St. Andrews; <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk>.
- [4] Alexandrov, Pavel S. (1936), Emmy Noether. [Nekrolog]. *Uspekhi Matematicheskikh Nauk*, **2**, pp. 254-265. Mindetalen blev holdt på et møde i Moskvas Matematiske Forening, den 5.9.1935. En engelsk oversættelse findes bl.a. i [1] og [5].
- [5] Noether, Emmy (1983), *Gesammelte Abhandlungen/Collected Papers*. Edited and with an introduction by Nathan Jacobson. Springer 1983. [Heri gennemgås ideerne i Noethers artikler, og her skriver Feza Gürsey om Noethers to fysikartikler].
- [6] van der Waerden, Bartel, L. (1935), Emmy Noether. [Nekrolog]. *Mathematische Annalen*, **111**, (1935), pp. 469-474. Findes bl.a. på engelsk i [1].

- [7] Noether, Emmy (1918), Invariante Variationsprobleme. *König. Gesellsch. d. Wiss. zu Göttingen, Nachrichten, Math.-phys. Klasse*, 1918, Heft 2, pp. 235-257; M.A. Tavel's English translation (2005): Invariant Variation Problems. *Transport Theory and Statistical Physics* **1** (3), 1971, pp. 183-207; <http://arxiv.org/abs/physics/0503066>. Se desuden en ny engelsk oversættelse i [8].
- [8] Kosmann-Schwarzbach, Yvette (2011), *The Noether Theorems: Invariance and Conservation Laws in the Twentieth Century*. Springer 2011.
- [9] Noether, Emmy (1918), Invarianten beliebiger Differentialausdrücke. *König. Gesellsch. d. Wiss. zu Göttingen, Nachrichten, Math.-phys. Klasse*, 1918, pp. 37-44.
- [10] Siegmund-Schultze, Reinhard (2011), “Göttinger Feldgrau”, Einstein und die verzögerte Wahrnehmung von Emmy Noethers Sätzen über Invariante Variationsprobleme (1918). *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung (MDMV)*, **19** (2011), pp. 100-104.
- [11] Byers, Nina (1996), E. Noether's Discovery of the Deep Connection between Symmetries and Conservation Laws. In: *The Heritage of Emmy Noether in Algebra, Geometry, and Physics. Israel Mathematical Conference Proceedings*, Vol. **12**, 1999. <http://cwp.library.ucla.edu/articles/noether.asg/noether.html>.
- [12] Byers, Nina (1994), *The Life and Times of Emmy Noether: Contributions of Emmy Noether to Particle Physics*. In: *History of Original Ideas and Basic Discoveries in Particle Physics*. Ed. by Harvey B. Newman and Thomas Ypsilantis. New York and London: Plenum Press 1996; <http://xxx.lanl.gov/abs/hep-th/9411110>.
- [13] Kragh, Helge (2015), General relativitet: Træk af udviklingen 1920-1970. *KVANT* årg. **26**, dec. 2015, s. 11-15.
- [14] Einstein, Albert (1935), Letter to the Editor: Emmy Noether. [Nekrolog]. *The New York Times*, May 5, 1935. Står bl.a. i [1]. Link fra [3].
- [15] Høyrup, Else (2015), Emmy Noether, artikel på bloggen *Grandma Got STEM (GGSTEM)*; <https://ggstem.wordpress.com/2015/08/03/emmy-noether-2/>
- [16] Byers, Nina (2001), Emmy Noether. In: *Contributions of 20th Century Women to Physics*, University of California Los Angeles; <http://cwp.library.ucla.edu/> (Noether findes i menuen til højre under “Mathematical Physics”).
- [17] Landau, L.D. and Lifshitz, E.M. (1976), *Mechanics*. Vol. 1 of: *Course of Theoretical Physics*. Third ed, Butterworth Heinemann 1976. Chapter I: The Equations of Motion and Chapter II: Conservation Laws. Russisk original 1940.
- [18] Neuenchwander, Dwight E. (2011), *Emmy Noether's Wonderful Theorem*. Baltimore: The Johns Hopkins University Press 2011.



Else Høyrup er cand. scient. i matematik, tidligere stipendiat og forskningsbibliotekar. Hun har i mange år arbejdet med videnskabshistorie, bl.a. på sin og Frank Nielsens hjemmeside www.fysikhistorie.dk. Her har hun specielt arbejdet meget med Newton. E-mail: elsehoeyrup@mail.dk.