

# Elastisk fotonspredning på atomer og puck kollisioner - breddeopgave 61 og 62 med didaktisk kommentar

Af Jens Højgaard Jensen, IMFUFA, NSM, RUC.

Mit formål med artikelserien om breddeopgaver er – udover at gøre opmærksom på RUCs fysikuddannelse – dobbelt: Dels udvælger jeg opgaverne, så de kan have interesse som fysikproblemer i egen ret. Dels udvælger jeg dem med henblik på at kunne knytte didaktiske overvejelser til dem af interesse for fysikundervisere. I første omgang i forhold til universitetsundervisning. Men i anden omgang kunne der måske også trækkes paralleller til andre undervisningsniveauer.

Her bringes løsninger og kommentar til opgaverne fra forrige nummer samt to nye opgaver. Opgaverne i sidste nummer af KVANT var disse breddeopgaver (nr. 61 og 62 i rækken her i KVANT):

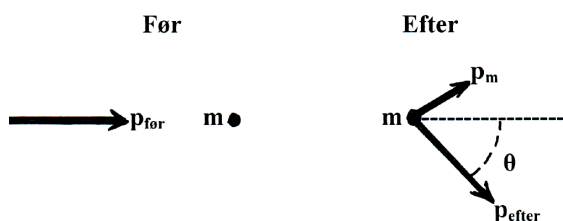
## Breddeopgave 61 og 62. Elastisk fotonspredning på atomer og puck kollisioner

En foton spredes elastisk på et atom (atomet er i sin grundtilstand før og efter spredningen), således at fotonens bevægelsesretning efter spredningen danner en vinkel med den oprindelige. Hvordan afhænger forskellen mellem fotonens bølgelængde før og efter spredningen af spredningsvinklen? Begrund svaret.

En ishockey puck i fart på isen støder ind i en hvilende puck magen til. Puckerne kan være roterende før og efter sammenstødet, og der kan både ske ændringer af deres rotationsenergi og udvikles varme og indre svingninger i de to pucker. Hvordan afhænger vinklen imellem bevægelsesretningerne af de to pucker efter sammenstødet af, om den samlede translatoriske kinetiske energi er øget, uændret eller formindsket ved stødet? Begrund svaret.

### Løsninger

**61.** Vi kalder impulsen (eller “bevægelsesmængden”) af fotonen før spredningen med bølgelængden  $\lambda_{\text{før}}$  for  $\mathbf{p}_{\text{før}}$ , impulsen af fotonen efter spredningen med bølgelængden  $\lambda_{\text{efter}}$  for  $\mathbf{p}_{\text{efter}}$  og impulsen efter spredningen af atomet med massen  $m$  for  $\mathbf{p}_m$ . Spredningsvinklen kaldes  $\Theta$ . Altså:



Figur 1. Elastisk spredning af en foton på et atom.

Den samlede impuls er bevaret under spredningsprocessen:

$$\mathbf{p}_{\text{før}} = \mathbf{p}_{\text{efter}} + \mathbf{p}_m \quad (1)$$

Altså har vi (hvor  $\bullet$  betyder skalarprodukt)

$$p_m^2 = (\mathbf{p}_{\text{før}} - \mathbf{p}_{\text{efter}})^2 = p_{\text{før}}^2 + p_{\text{efter}}^2 - 2\mathbf{p}_{\text{før}} \bullet \mathbf{p}_{\text{efter}} \quad (2)$$

Da spredningen forudsættes at ske elastisk, medfører energibevarelsen, idet der regnes relativistisk:

$$p_{\text{før}} \cdot c + mc^2 = p_{\text{efter}} \cdot c + (p_m^2 \cdot c^2 + m^2 c^4)^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

Ved rotering og kvadrering fås heraf:

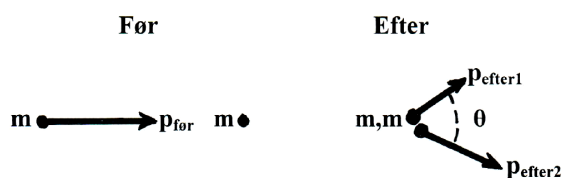
$$p_m^2 = p_{\text{før}}^2 + p_{\text{efter}}^2 - 2p_{\text{før}}p_{\text{efter}} + 2mc(p_{\text{før}} - p_{\text{efter}}) \quad (4)$$

Idet  $\mathbf{p}_{\text{før}} \bullet \mathbf{p}_{\text{efter}} = p_{\text{før}} \cdot p_{\text{efter}} \cos \Theta$ , giver sammenholdningen af ligning (2) med ligning (4) herefter:  $p_{\text{før}} \cdot p_{\text{efter}}(1 - \cos \Theta) = mc(p_{\text{før}} - p_{\text{efter}})$ , dvs.  $1 - \cos \Theta = mc(p_{\text{før}}^{-1} - p_{\text{efter}}^{-1})$ . Idet  $\lambda_{\text{før}} = h/p_{\text{før}}$  og  $\lambda_{\text{efter}} = h/p_{\text{efter}}$ , hvor  $h$  er Plancks konstant, fås nu

$$\lambda_{\text{efter}} - \lambda_{\text{før}} = h(1 - \cos \Theta)/(mc) \quad (5)$$

som svar på opgaven.

**62.** Vi kalder impulsen af pucken i bevægelse før stødet for  $\mathbf{p}_{\text{før}}$  og impulserne af de to pucker efter stødet for henholdsvis  $\mathbf{p}_{\text{efter1}}$  og  $\mathbf{p}_{\text{efter2}}$ . Altså:



Figur 2. Uelastisk spredning af en puck på en anden puck.

$\Theta$  er vinklen imellem bevægelsesretningerne af de to pucker efter stødet.

Da den samlede impuls er bevaret under stødet, altså:

$$\mathbf{p}_{\text{før}} = \mathbf{p}_{\text{efter1}} + \mathbf{p}_{\text{efter2}}, \quad (6)$$

har vi ved kvadrering

$$p_{\text{før}}^2 = p_{\text{efter1}}^2 + p_{\text{efter2}}^2 + 2p_{\text{efter1}}p_{\text{efter2}} \cos \Theta. \quad (7)$$

idet  $\mathbf{p}_{\text{efter1}} \bullet \mathbf{p}_{\text{efter2}} = p_{\text{efter1}} \cdot p_{\text{efter2}} \cos \Theta$ .

Ikke relativistisk er den samlede translatoriske energi før stødet  $p_{\text{før}}^2/2m$  og efter stødet  $p_{\text{efter1}}^2/2m + p_{\text{efter2}}^2/2m$ , hvor  $m$  er massen af en enkelt puck. Ligning (7) viser derfor, at vinklen  $\Theta$  er henholdsvis stump, 90 grader og spids, når den samlede translatoriske energi er henholdsvis øget, uændret og formindsket ved stødet.

## Kommentar

I nummeret af KVANT fra maj 2005 illustrerede jeg ved eksempler forskellen på, hvad jeg kaldte *nomologiske* begrundelser og *kausale* begrundelser, ved fysisk problemløsning. De to opgaver her og deres besvarelser af mig her og af de studerende til eksamen kan tjene som yderligere eksempler.

Ved en nomologisk begrundelse (ordet *nomos* er fra græsk og betyder regel eller lov) af et svar på et problem består begrundelsen i at redegøre for, hvordan svaret på problemet er udtryk for gennemsætningen af et overordnet mønster eller en overordnet lovmæssighed under de foreliggende omstændigheder. Ved en kausal begrundelse (ordet *kausal* er fra latin og betyder årsagsbestemt) af et svar består begrundelsen i at udpege de dele af de foreliggende omstændigheder, der forårsager det, der skal forklares. For fysikunderviseren er nomologiske forklaringer essensen i fysik og målet for fysikundervisningen. Hvorimod fysikeleven ved problemløsning så langt som muligt vil forsøge at klare sig ved hjælp af kausale forklaringer. Kausale forklaringer er mindre abstrakte end nomologiske forklaringer. Kausale forklaringer er også en bedre kendt forklaringstype, både fra dagligdagen og de fleste andre fag, end nomologiske forklaringer.

Svaret ovenfor på opgave 61 er i udpræget grad begrundet nomologisk. Opgaven løses alene ved brug af bevarelsessætningerne for impuls og energi som overordnede lovmæssigheder. Derfor er resultatet i ligning (5) jo også identisk med formlen for Compton spredning af lys på elektroner, bortset fra at elektronmassen er udskiftet med atomets masse. Den trænede fysiker vil med det samme besvare opgaven ved henvisning til formlen for Compton spredning. Det er derimod ikke oplagt, at fysikstuderende vil gøre det med samme selvfølgelighed. Det kræver, at man ikke hæfter sig ved forskellene imellem elektroner og atomer, men ved at der er tale om elastisk spredning i begge tilfælde.

Ved eksamen var der ingen af de få studerende, der deltog, som besvarede opgave 62 tilfredsstillende ved brug af impulsbevarelse, som gjort ovenstående. I den bedste af besvarelserne blev der gjort forsøg på at analysere, hvordan vekselvirkningskræfter imellem de to pucks under stødet fx kunne overføre rotationsenergi fra den ene puck til translationsenergi til den anden. Sådanne regnestykker kan godt lade sig gøre (se E.H. Hauge, "Puck collisions", *Eur. J. Phys.* **33** (2012) p.1333). Men de er teknisk komplicerede. Og den studerende

kom ikke langt med analysen. I sammenhængen her er det, der er værd at hæfte sig ved, at den valgte løsningsstrategi var af kausal art. Hvordan påvirker de to sten hinanden via vekselvirkningskræfter under stødet? Hvorimod den teknisk nemme, men til gengæld abstrakte, nomologiske vej via impulsbevarelsen for stødet som helhed, ikke blev valgt.

Konklusionen på de fysikstuderendes større vanskeligheder med nomologiske forklaringer end med kausale forklaringer er ikke, at nomologiske forklaringer så vidt muligt bør erstattes med kausale forklaringer ved universitetsundervisning i fysik. Tværtimod er demonstrationen af nomologiske forklaringer et tilbud, som specielt faget fysik bør være forpligtiget til at levere. Det er fremfor andre fag, udover matematik, først og fremmest i fysik, at der kan sættes fokus på, at det at forstå ikke kun er et spørgsmål om at kende til mekanismer, men også at indse lovbundetheder. Den indsigt er ikke kun af betydning for de studerendes uddannelse til at blive fysikere. Den har også betydning for deres omverdensforståelse og deres selvforståelse.

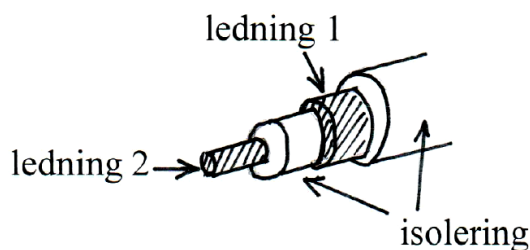
Men det er vigtigt, at såvel underviserne som deres studerende er opmærksomme på, at det måske netop er de nomologiske forklaringer, der gør fysik til et svært fag.

### Breddeopgave 63 og 64. Bræt imod væg og selvinduktion i koaksialkabel

Inden næste nummer af KVANT udkommer, kan læserne eventuelt overveje løsningen til denne opgave fra breddekurset på RUC (fra eksamen september 1987 og sommereksamen 2007, nr. 63 og 64 i rækken her i KVANT):

*Ved hvilken hældning skrider et bræt, der er stillet skråt op af en forholdsvis glat væg? Begrund svaret.*

*I et elektrisk kredsløb indgår et stykke koaksialkabel (jf. figuren), hvor strømmene i dets to ledninger er lige store og modsat rettede.*



*Hvor meget bidrager kablet med til kredsløbets selvinduktionskoefficient (induktans)?*

Løsninger og kommentar bringes i næste nummer.