

# SI-systemet under revision

Finn Berg Rasmussen, Niels Bohr Institutet, Københavns Universitet

Måleteknikkens udvikling har efterhånden ført til, at en del naturkonstanter nu kan måles med bedre nøjagtighed og reproducerbarhed, end de tilsvarende enheder i SI-systemet kan realiseres. I den situation vil det være formålstjenligt at omdefinere enhederne med udgangspunkt i naturkonstanterne. Det er en filosofi, der om nogle år kan ventes at føre til nye definitioner af fire af SI-systemets grundenheder: kilogram, ampère, kelvin og mol.

## De første internationale måleenheder

Det Internationale Bureau for Mål og Vægt, BIPM, blev dannet i 1875, hvor 17 industrilande undertegnede *Den Internationale Meterkonvention* [1]. Bureauets opgave var og er at etablere og opretholde fælles måleenheder med den højest mulige præcision. Som udgangspunkt tog man den meternormal og den kilogramnormal, som Frankrig havde udviklet og officielt godkendt i 1799. De to normaler blev opbevaret i det franske nationalarkiv og omtales derfor som *arkivmeteren* og *arkivkilogrammet*. De var begge af rent platin og tilpasset således, at afstanden fra ækvator til Nordpolen gennem Paris-meridianen (jordkvadranten) udgjorde 10.000 kilometer, og at én kubikdecimeter vand ved maksimal massefylde ( $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) havde massen 1 kilogram.



Figur 1. BIPM's hovedbygning, Pavillon de Breteuil. [1]

I årene op til 1875 var det blevet klart, at arkivmeteren var nogle tiendedele millimeter for kort, og at arkivkilogrammet var næsten 30 milligram for tungt. Løsningen blev at opgive meterens tilknytning til jordkvadranten og kilogrammets tilknytning til et bestemt rumfang vand. I stedet bevarede man kontinuiteten ved at lade nye normaler fremstille, så de var så tæt på de to eksisterende som muligt. Foruden den nye Internationale Meterprototype og det nye Internationale Prototypekilogram (herefter kaldt IPK) blev der fremstillet et større antal kopier til fordeling blandt de deltagende lande og til lejlighedsvis kontrol hos BIPM. Prototyperne blev formelt godkendt i 1889 på den første generalkonference for mål og vægt (CGPM).

Systemet af grundenheder er sidenhen i flere omgange blevet udvidet og ændret. Kilogram er den eneste enhed, der stadig er defineret ved en bestemt fysisk genstand. Den dag i dag er det kilogramlodet IPK fra 1889, som definerer størrelsen af et kilogram (figur 2). Det er naturligvis uheldigt at være afhængig af et eneste lod, som i tidens løb kunne blive beskadiget eller helt gå til. Dertil kommer, at IPK's masse måske ikke er helt konstant: siden 1889 er IPK taget frem to gange og sammenlignet med et stort antal nationale standarder. Resultaterne viser, at flertallet af standarder driver mod højere masser. En forklaring kunne være, at IPK har tabt masse, i størrelsesordenen  $50\text{ }\mu\text{g}$ , altså  $5\text{ på }10^8$ . Med de seneste fremskridt i måleteknikken er det imidlertid nu muligt at vende tilbage til det oprindelige ideal: måleenheder som er baseret på universelle fysiske størrelser og er tilgængelige i alle lande [2].



Figur 2. Det Internationale Prototypekilogram, IPK. IPK er en cylinder af 90% platin og 10% iridium, støbt i 1879 hos Johnson Matthey. [1]

## Meterdefinitionen 1983

Indtil 1983 var SI-systemets syv grundenheder (sekund, meter, kilogram, ampère, kelvin, mol, candela) alle defineret direkte ved en størrelse af samme slags, altså henholdsvis en tid, en længde, en masse, en strøm, en temperatur, en stofmængde og en lysstyrke. Det princip blev i realiteten brudt i 1983 med den nye meterdefinition.

I 1960 var meterprototypen fra 1889 blevet forladt og erstattet med et vist antal bølglængder af en nærmere specificeret linje i spektret fra krypton-86. Det skete, fordi længdemåling ved hjælp af interferens kunne gøres mere nøjagtigt, end man kunne aflæse meterstokkens afmærkning. I de følgende årtier udvikledes interferometri med lasere og med andre bølglængder i en sådan grad, at kryptonlinjens naturlige linjebredde var større end den præcision (forstået som opløsningsevne og reproducerbarhed), som man kunne opnå med disse nye midler. Da samtidigt frekvensmålinger kunne gøres med endnu bedre nøjagtighed end længdemålinger, var det efterhånden krypton-standarden, der satte grænsen for bestemmelse af lyshastigheden. Det blev derfor i 1983 besluttet at fastsætte en værdi for lyshastigheden, hvorved man har indført en *indirekte* definition af meteren (definitionen af sekundet skal naturligvis inddrages).

Det indirekte i definitionen er camoufleret i den nuværende formulering, der fastsætter meteren som den længde, lys i det tomme rum tilbagelægger i et vist tidsinterval. Jeg fremhæver det indirekte, fordi de definitioner, der nu er under forberedelse, fortsætter i et lignende spor. Man kan også godt blive grebet af et kort øjebliks panik: "Kan man nu ikke længere måle lyshastigheden?" og "Hvad nu, hvis lyshastigheden ikke er konstant?" Nej, lyshastigheden kan ikke længere måles, og hvis den skulle ændre sig, ville kryptonbølglængden jo også ændres (hvis frekvensen holder sig uændret), og derfor er man ikke værre stillet end før.

## De elektriske enheder

C.F. Gauss fremhævede i 1832 tidsenhedens rolle og foreslog et system med centimeter, gram og sekund som grundenheder. Under den følgende udvikling af elektromagnetismen kom dette cgs-system til at præge formuleringen af elektricitetslærens og magnetismelærens ligninger, og trods visse tvetydigheder har *Gauss-systemet* vist sig at være uhyre livskraftigt på disse områder. I eksperimentalfysik og teknik arbejdede man imidlertid med volt, ampere og ohm, og forbindelsen til Gauss-systemet var ikke simpel. Alligevel blev det først i 1948, at de praktiske elektriske enheder blev indføjet i systemet. Det skete gennem den definition af en ampère, som stadig gælder, og accepten af ampere som en grundenhed.

Opdagelsen af *Josephson-effekterne* [3, 4] og af *kvante-Hall-effekten* [5] medførte helt nye muligheder for at realisere enhederne volt og ohm. Brian D. Josephson forudsagde nogle effekter mellem to superledere,

der er adskilt af en isolerende hinde, der er så tynd, at de såkaldte Cooper-par kan tunnelleres mellem dem. Bestråles denne Josephson-kontakt med mikrobølger, vil strømmen mellem superlederne synkroniseres med mikrobølgefrequensen  $f$  og overtoner heraf. Spændingsforskellen  $U_J$  over kontakten vil stabilisere sig ved værdierne

$$U_J = n f \frac{h}{2e} \equiv \frac{n f}{K_J}, \quad (1)$$

hvor  $n$  er et helt tal,  $h$  er Plancks konstant og  $e$  er elektronens ladning (elementarladningen);  $K_J$  kaldes Josephson-konstanten og er åbenbart defineret som  $2e/h$ . Ligningen kan læses som Bohrs frekvensbetingelse: Cooper-parret med ladning  $2e$  gennemløber potentialændringen  $U_J$ , og energiændringen  $2eU_J$  udsendes eller absorberes som  $n$  fotoner med energi  $hf$ . Med en strøm gennem kontakten kan man vælge hvilket trin  $n$ , spændingen stabiliseres på.

Hall-effekten opstår, når en strømførende leder anbringes i et magnetfelt vinkelret på strømrretningen. Feltet søger at presse strømmen ud til den ene side af lederen, så der opstår en spændingsforskel  $V_H$  vinkelret på både strømrretning og feltretning.  $V_H$  divideret med strømmen har enheden ohm og kaldes Hall-modstanden,  $R_H$ .  $R_H$  er normalt proportional med magnetfeltstyrken, men ved lav temperatur og kraftigt magnetfelt ses virkningen af en kvantisering af ladbærernes (elektroner eller huller) tilstande. I grænselaget mellem to forskelligt doterede områder i fx GaAs eller i grafén kan der opstå en *to-dimensional elektrongas*, og i denne kan kvantetilstandene spille sammen på en sådan måde, at  $R_H$  som funktion af magnetfeltet opviser skarpt definerede trin:

$$R_H = \frac{h}{j e^2} \equiv \frac{R_K}{j}, \quad (2)$$

hvor  $j$  er et helt tal. Det er denne effekt, der betegnes kvante-Hall-effekten. Konstanten  $R_K$ , defineret som  $h/e^2$ , kaldes Klitzing-konstanten efter effektens opdager, Klaus von Klitzing.

Eksperimenter har vist, at de to konstanter,  $K_J$  og  $R_K$ , kan reproducere mere nøjagtigt, end en ampere kan realiseres efter den nugældende definition. Det seneste kvarte århundrede har de derfor været brugt som standarder for enhederne volt og ohm. Siden 1988 har der eksisteret et par "konventionelle værdier", konventionelle i betydningen aftalt (per konvention), så at volt og ohm har ensartede størrelser internationalt.

Herudover kan man se, at hvis man først har  $K_J$  og  $R_K$ , kan man finde elektronladningen  $e$  og Plancks konstant  $h$  lige så nøjagtigt, som man kender  $K_J$  og  $R_K$ . Omvendt kan man sige, at hvis man *definerer*  $e$  og  $h$  – som de nøjagtigst kendte værdier, naturligvis – forbedres definitionerne af volt og ohm, og dermed også af ampere. Det er denne ændring, som nu er på vej, analogt til hvad der skete med lyshastigheden. Hvis man fastlægger en værdi for  $h$ , har man imidlertid samtidig fastlagt størrelsen af et kilogram, **idet** enheden for  $h$  er:  $J \cdot s = s^{-1} m^2 kg$ . Det er nok værd at se nærmere på.

## Det nye SI

– Forslag, godkendt oktober 2011 af CGPM som grundlag for det fortsatte arbejde (oversat fra den engelske tekst).

Det Internationale Enhedssystem, SI, er det enhedssystem, hvor:

- frekvensen svarende til hyperfinopsplitningen af grundtilstanden i atomer af cæsium  $^{133}\text{Cs}$  er  $9\,192\,631\,770$  hertz (eksakt),
- lyshastigheden i vakuum  $c$  er  $299\,792\,458$  meter per sekund (eksakt),
- Plancks konstant  $h$  er  $6,626\,068\,96 \times 10^{-34}$  joule·sekund (eksakt),
- elementarladningen  $e$  er  $1,602\,176\,634 \times 10^{-19}$  coulomb (eksakt),
- Boltzmanns konstant  $k$  er  $1,380\,658\,367 \times 10^{-23}$  joule per kelvin (eksakt),
- Avogadros konstant  $N_A$  er  $6,022\,141\,79 \times 10^{23}$  reciprokke mol (eksakt),
- lysstyrken  $K_{\text{cd}}$  af monokromatisk stråling ved frekvensen  $540 \times 10^{12}$  Hz er  $683$  lumen per watt (eksakt),

hvor

(i) herz, joule, coulomb, lumen og watt, med de respektive symboler Hz, J, C, lm og W, er relateret til enhederne sekund, meter, kilogram, ampere, kelvin, mol og candela, med de respektive symboler s, m, kg, A, K, mol og cd, ved ligningerne  $\text{Hz} = \text{s}^{-1}$ ,  $\text{J} = \text{m}^2\text{kg}\cdot\text{s}^{-2}$ ,  $\text{C} = \text{s}\cdot\text{A}$ ,  $\text{lm} = \text{cd}\cdot\text{m}^2\text{m}^{-2} = \text{cd}\cdot\text{sr}$ , og  $\text{W} = \text{m}^2\text{kg}\cdot\text{s}^{-3}$ ,

(ii) symbolet X i forslaget repræsenterer et eller flere ekstra cifre, som skal føjes til talværdierne for  $h$ ,  $e$ ,  $k$  og  $N_A$  på grundlag af den nyeste CODATA justering,

hvoraf det følger, at SI vil bevare sine nuværende syv grundenheder, især

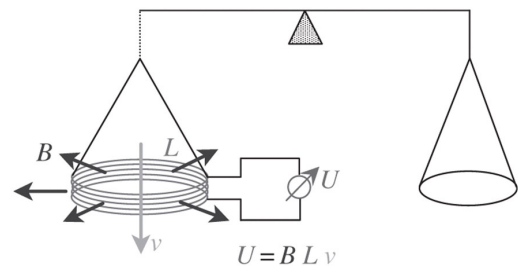
- vil kilogram fortsat være enheden for masse, men dets størrelse vil fremkomme ved, at Plancks konstant sættes præcis til  $6,626\,068\,96 \times 10^{-34}$ , når den udtrykkes i SI-enheden  $\text{m}^2\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$ , som er lig med J·s,
- vil ampere fortsat være enheden for elektrisk strøm, men dens størrelse vil fremkomme ved, at elementarladningen sættes præcis til  $1,602\,176\,634 \times 10^{-19}$ , udtrykt i SI-enheden s·A, som er lig med C,
- vil kelvin fortsat være enheden for termodynamisk temperatur, men dens størrelse vil fremkomme ved, at Boltzmanns konstant sættes præcis til  $1,380\,658\,367 \times 10^{-23}$ , udtrykt i SI-enheden  $\text{m}^2\text{kg}\cdot\text{s}^{-2}\text{K}^{-1}$ , som er lig med J·K $^{-1}$ ,
- vil mol fortsat være enheden for stofmængde af en nærmere specificeret partikeltype, som kan være atomer, molekyler, ioner, elektroner, vilkårligt andre eller en nærmere specificeret gruppe af sådanne partikler, men dens størrelse vil fremkomme ved, at Avogadros konstant sættes præcis til  $6,022\,141\,79 \times 10^{23}$ , udtrykt i SI-enheden mol $^{-1}$ .

## Fra Plancks konstant til kilogram

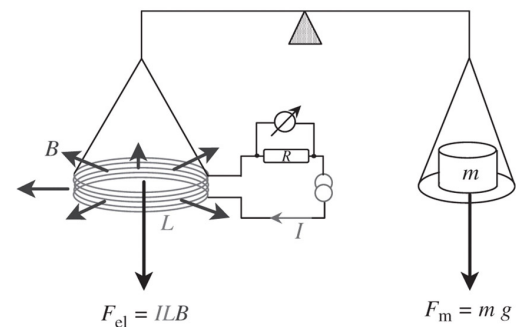
De to føromtalte kvanteeffekter gør det muligt [6] at forbinde en (makroskopisk) elektrisk effekt  $P$  med Plancks konstant gennem måling af to frekvenser:  $P = U_{J1}I = U_{J1}U_{J2}/R$ , hvor  $U_{J1}$  er spændingsforskellen over den modstand, hvori effekten afsættes, og  $U_{J2}$  er spændingen over en modstand  $R$ , som bruges til at måle strømmen  $I$ , og som kan være målt i forvejen vha. kvante-Hall-effekten. Ved hjælp af ligningerne (1) og (2) får man:

$$P = C f_1 f_2 h, \quad (3)$$

hvor  $f_1$  og  $f_2$  er Josephson-frekvenserne svarende til de to spændinger, og konstanten  $C$  indeholder produktet af de heltallige numre på de valgte trin på henholdsvis Josephson- og kvante-Hall-'trapperne'. Produktet af en spænding og en strøm kan med andre ord måles med samme nøjagtighed som Plancks konstant, idet frekvensernes usikkerhed er forsvindende i sammenligning med  $h$ 's.



**Figur 3.** Watt-vægten i den dynamiske fase. Spolen bevæges lodret med hastigheden  $v$  gennem et magnetfelt  $B$ , hvorved der induceres en spændingsforskelle  $U$ . Fra [6].



**Figur 4.** Watt-vægten i den statiske fase. Spolen med længden  $L$  forsynes med strømmen  $I$ , der reguleres således, at magnetfeltets kraft på spolen,  $ILB$ , balancerer tyngdekraften  $mg$  på loddet med massen  $m$ . Fra [6].

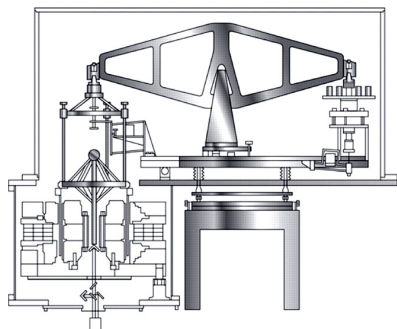
For omkring 30 år siden begyndte det engelske standardlaboratorium NPL at udvikle en vægt, som kunne forbinde en masse med Plancks konstant. Massen  $m$  lægges på den ene vægtskål. Hvis vægtskålen er i bevægelse med den lodrette hastighed  $v_z$ , vil tyngdekraften  $mg$  levere effekten  $mgv_z$ . Den anden vægtskål er erstattet med en cirkulær, vandret strømkreds med omkredsen  $L$ . Man skal nu forestille sig, at den bevæger sig (også med hastigheden  $v_z$ ) i et magnetfelt, der har samme styrke  $B$  i alle punkter af strømkredsen, men som overalt er rettet bort fra dennes centrum (og som dermed ligger i kredsens plan). Herved induceres en

spænding  $U = BLv_z$ , der kan måles som beskrevet ovenfor.

Efter denne dynamiske måling foretages en statisk måling, hvor tyngden  $mg$  på massen balanceres ved at sende en strøm  $I$  gennem kredsen, hvilket giver Lorentz-kraften  $ILB$ . Man har således, at  $BL = mg/I$ . Når dette indsættes i den foregående ligning, får man:

$$UI = mgv_z. \quad (4)$$

Ligningens venstre side udgøres af en uhyre nøjagtig faktor gange  $h$ , og på højre side kan  $g$  og  $v_z$  findes ved nøjagtige længde- og tidsmålinger, hvorved den makroskopiske masse  $m$  er udtrykt ved den mikroskopiske konstant  $h$ . Produktet  $UI$  er ikke en virkelig effekt, for  $U$  og  $I$  er ikke til stede samtidig. Alligevel kaldes instrumentet en Watt-vægt (Watt balance, på engelsk). Flere landes standardlaboratorier er i gang med at udvikle forskellige varianter. Målet er at måle Plancks konstant i forhold til kilogram med nøjagtigheden 1 på  $10^8$ , reproducerbart mellem forskellige laboratorier. Når det er nået, vil det have god mening at tildele  $h$  denne værdi og dermed frigøre sig fra det gamle kilogramlod IPK.



**Figur 5.** En Watt-vægt, som den er udformet på National Physical Laboratory, England (det engelske standardlaboratorium). Til venstre ses magneten, som leverer et vandret, radiale magnetfelt omkring spolen, der hænger i vægtstangens ene arm. Til højre findes en vægtskål til lodder og en hjælpemagnet til at sætte vægtstangen i bevægelse. Fra [6].

## Det nye SI

I oktober 2011 afholdtes den 24. almindelige konference for mål og vægt (CGPM). Her anbefalede man, at der arbejdes på en revision af SI i retning af den formulering, der er vist i boksen. Boksen gengiver den fulde, formelle tekst, fordi den meget klart lader os mærke duften af, hvad der er på vej.

Som beskrevet ovenfor, kan definition af Plancks konstant og elektronens ladning erstatte de gældende definitioner af kilogram og ampere. Hvad angår enheden kelvin for den termodynamiske temperatur  $T$ , har blandt andre Richard D. Feynman hævdet [7], at den er overflødig, da den blot er et mål for energi. Det foreslåede nye SI følger delvis dette synspunkt ved at definere en værdi for Boltzmanns konstant  $k_B$ , idet  $k_B T$  er en energi. For eksempel er molekylernes middelenergi i en enatomig ideal gas  $\frac{3}{2}k_B T$ . Med det nye SI vil vands tripelpunkt blive en temperatur, der skal måles, ligesom kogepunktet allerede er (ca. 99,98 °C).

I fire af de foreslåede talværdier forekommer et 'X'. Det skal forstås som erstatning for et eller flere cifre, som man forventer at kunne fastlægge inden den næste CGPM i 2015. Der er en række præcisionsmålinger i gang i disse år for at finde de mest nøjagtige værdier, som det for tiden er muligt at observere for de pågældende naturkonstanter. Ordet 'eksakt' markerer, at de pågældende konstanter skal gælde med usikkerheden 0. Nogle af forslagetts forfattere [2] udtrykker en vis stolthed over, at det er lykkedes at formulere det nye SI i én sætning – man kan bemærke, at der i den citerede tekst kun er et eneste punktum. Det er lidt af et kuriosum, men teksten er udmærket læselig alligevel.

Til slut er det måske lige værd at understrege, at de påtænkte ændringer kun har betydning for de allermest krævende fremtidige målinger. Vores badevægte og tommestokke vil være lige så gode som før.

## Litteratur

- [1] <http://www.bipm.org/>
- [2] Ian M. Mills, Peter J. Mohr, Terry J. Quinn, Barry N. Taylor and Edwin R. Williams: Adapting the International System of Units to the twenty-first century, *Phil. Trans. R. Soc. A*, **369**, 3907 - 3924 (2011).
- [3] Brian D. Josephson: Possible new effects in superconductive tunnelling, *Phys. Lett.* **1**, 251 - 253 (1962).
- [4] Sidney Shapiro: Josephson currents in superconducting tunnelling: the effect of microwaves and other observations, *Phys. Rev. Lett.* **11**, 80 - 82 (1963).
- [5] K.V. Klitzing, G. Dorda, and M. Pepper: New method for high-accuracy determination of the fine-structure constant based on quantized Hall resistance, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 494 - 497 (1980).
- [6] M. Stock: The watt balance: determination of the Planck constant and redefinition of the kilogram, *Phil. Trans. R. Soc. A*, **369**, 3936 - 3953 (2011).
- [7] Richard P. Feynman, Robert B. Leighton, and Matthew Sands: *The Feynman Lectures on Physics* (Addison-Wesley, Reading, Massachusetts 1977), side 39-100.
- [8] Martin J. T. Milton: A new definition of the mole based on the Avogadro constant: a journey from physics to chemistry, *Phil. Trans. R. Soc. A*, **369**, 3993 - 4003 (2011).
- [9] R.S. Davis: The role of the international prototype of the kilogram after redefinition of the International System of Units, *Phil. Trans. R. Soc. A*, **369**, 3975 - 3992 (2011).
- [10] <http://en.wikipedia.org/wiki/>



Finn Berg Rasmussen har gennem sin tid som lektor ved Niels Bohr Institutttet studeret faste og flydende stoffer ved lave temperaturer (termiske, elektriske og magnetiske egenskaber). Er nu pensioneret. Medlem af KVANT's redaktion.