Spinkæder som bindeled mellem partikler og strenge

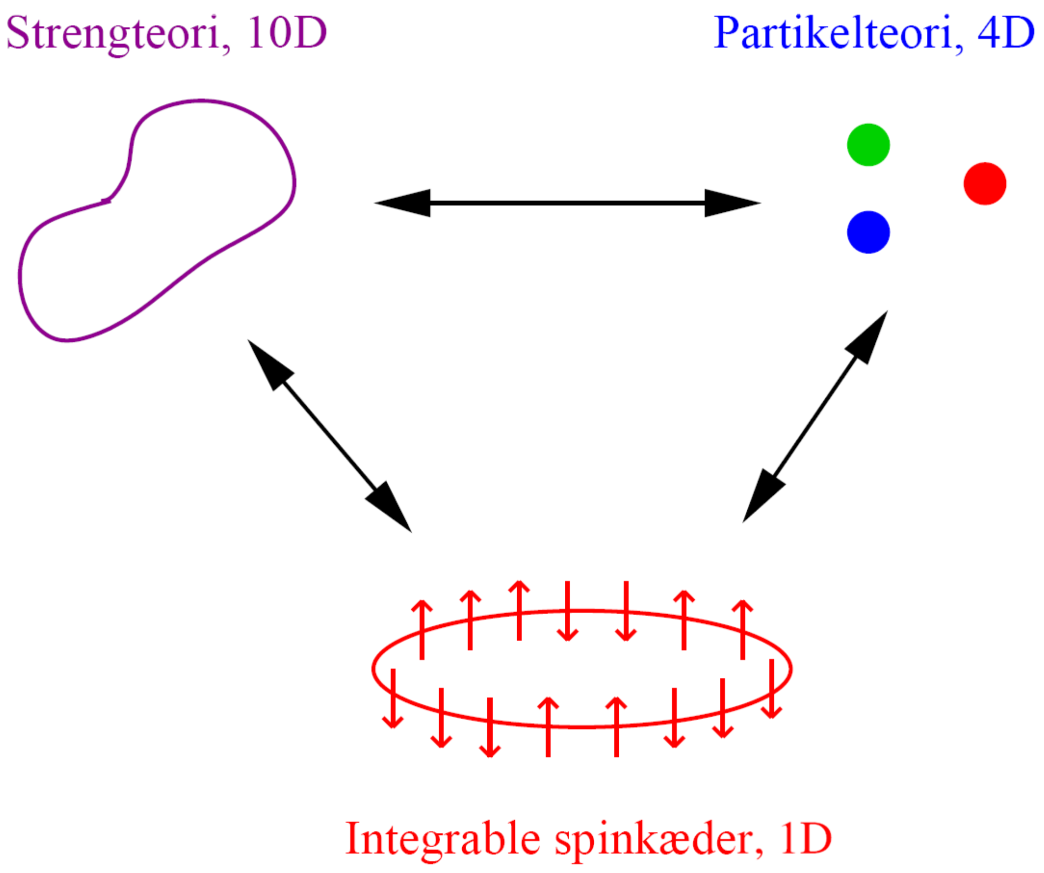
Af Charlotte Fløe Kristjansen, Niels Bohr Institutet, Københavns Universitet

Traditionelt er partikelteorier og strengteorier blevet opfattet som konkurrerende teorier. Ny forskning har imidlertid vist, at simple kvantemekaniske systemer, kaldet spinkæder, kan udgøre bindeledet mellem de to typer af teorier. Som konsekvens heraf må vi nu forstå partikel- og strengteorier som komplementære, sameksisterende teorier.

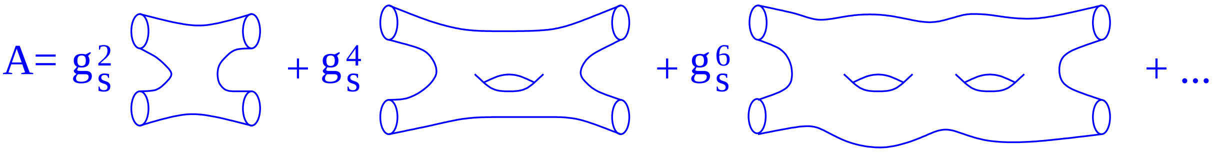
Introduktion

Hvorledes skal man beskrive naturens mindste energikvanter? Fra et eksperimentelt synspunkt giver det i øjeblikket god mening at beskrive disse som elementarpartikler. Fra et teoretisk synspunkt er der derimod mange fordele ved at betragte naturens fundamentale energikvanter som vibrerende strenge, altså endimensionale objekter. Teorier for strenge har en særlig matematisk skønhed og forener på konsistent vis Bohrs kvantemekanik med Einsteins almene relativitetsteori. Ny forskning har imidlertid vist, at i situationer, hvor særlige symmetrier er til stede, er det ikke nødvendigt at skelne mellem partikel- og strengteorier. Partikler og strenge er simpelt hen to sider af samme sag. En sådan partikel/streng dualitet blev formuleret i form af et “conjecture” af Maldacena allerede i 1998 [1, 2], men en ny udvikling tog fart for få år siden, da det blev opdaget, at simple kvantemekaniske systemer, kendt som spinkæder, udgør bindeleddet mellem partikel- og strengteori [3, 4]. Specielt interessant er det, at disse spinkæder har vist sig at være integrable, altså eksakt løsbare. Dette faktum har ikke alene givet os adgang til hidtil utilgængelige oplysninger om partikel- og strengteori, men også bragt os ekstremt tæt på et bevis for Maldacenas conjecture.

Figur 1 illustrerer den nære relation mellem de tre tilsyneladende meget forskellige typer af teorier, partikelteori, strengteori og teorien for integrable spinkæder. Helt konkret udmønter relationen mellem teorierne sig i, at de tre teorier har det samme spektrum. I det følgende vil vi se nærmere på de tre typer af teorier og specielt diskutere, hvad man forstår ved teoriernes spektrum.



Figur 1. Maldacena har fremsat et “conjecture”, som indebærer, at 10-dimensional strengteori er ækvivalent med fire-dimensional partikelteori (øverste vandrette linie). Opdagelsen af, at integrable spinkæder kan danne bindeleddet mellem de to typer af teorier, har bragt os ekstremt tæt på et bevis for dette conjecture.



Figur 2. En spredningsamplitude for lukkede strenge kan skrives som en rækkeudvikling i g_s^2. Denne rækkeudvikling kaldes for strengteoriens topologiske udvikling, idet den vægter strengenes verdensflader i henhold til deres topologi. Hvert håndtag på verdensfladen giver således anledning til en ekstra faktor g_s^2. De tre verdensflader afbildet ovenfor har henholdsvis nul, et og to håndtag. Grænsen, $g_s \to 0$ svarer til frie, ikke vekselvirkende strenge.

Strengteori

I strengteori beskrives naturens mindste byggesten som en-dimensionale objekter, dvs. små strenge. Strengene kan være åbne som et stykke snor eller lukkede som en elastik. Strengene, som optræder i denne artikel, er alle lukkede. Når de en-dimensionale strenge bevæger sig omkring i rumtiden, udspænder de en todimensional flade, som kaldes strengens verdensflade. Strenge, der bevæger sig omkring i rumtiden uden at vekselvirke med andre strenge, benævnes frie strenge. Til at beskrive frie strenges dynamik indfører man i strengteorien én eneste parameter. Denne parameter har af historiske grunde fået navnet α' (udtales alfa-prim). Enheden for α' er $(\text{masse})^{-2}$, (i enheder, hvor $\hbar = c = 1$). Makroskopiske strenge, som f. eks. violinstrenge, adlyder den klassiske mekaniks bevægelsesligninger. Mikroskopiske strenge, der skal beskrive naturens mindste bestanddele, må derimod underkastes kvantefysikkens ubestemthedsprincip, og det medfører, at strengene kun kan eksistere i et diskret sæt af energitilstande. De mulige energier for strengene, E_n, bliver naturligvis udtrykt i enheder af $\frac{1}{\sqrt{\alpha'}}$, dvs.

$$E_n = c_n \cdot \frac{1}{\sqrt{\alpha'}}, \qquad (1)$$

hvor c_n'erne er dimensionsløse konstanter. En strengtilstands energi omtales også ofte som strengtilstandens masse. Energi og masse er jo ækvivalente størrelser ifølge Einstein. De mulige energier for strengen kaldes for strengteoriens spektrum, og spektret kan (i princippet) findes ved at diagonalisere strengteoriens Hamiltonoperator. Betragter man grænsen $\alpha' \to 0$, vil strengteorien simplificeres betragteligt, idet alle tilstande, som ikke er masseløse, bliver uendeligt tunge. Disse uendeligt tunge tilstande kan man se bort fra i alle processer, som involverer en endelig energi, og man siger, at tilstandene afkobler fra teorien.

Når man vil beskrive vekselvirkende strenge har man brug for endnu en parameter, g_s, i teorien. Denne ekstra parameter kaldes for strengkoblingskonstanten. Vekselvirkningerne foregår ved, at to strenge smelter sammen til en, eller at en streng splittes op i to. I figur 2 er vist en række spredningsprocesser, som involverer to lukkede strenge, dvs. processer, hvor to lukkede strenge mødes, vekselvirker og skilles igen. Som det fremgår af figuren, er der mange måder, hvorpå vekselvirkningen kan finde sted, og skal man beregne sandsynligheden for, at to strenge spredes på hinanden, skal man tage hensyn til alle disse muligheder.

Supergrupper

Et krav til enhver fysisk teori er, at den skal være invariant under translationer af rumtiden og under Lorentztransformationer. Mængden af rumtidstranslationer og Lorentztransformationer udgør en gruppe, kaldet Poincarégruppen. Poincarégruppen er en Liegruppe, hvilket betyder, at ethvert gruppeelement, g, (som kan forbindes med identiteten), kan skrives som $g = \exp(\alpha_a T^a)$, hvor α_a'erne er et sæt parametre, og hvor T^a'erne, der typisk vil kunne repræsenteres som matricer, kaldes gruppens generatorer. Generatorerne for Poincarégruppen er komponenterne af fire-impulsen, der genererer rumtidstranslationerne og et sæt af seks operatorer, som genererer Lorentztransformationer. Disse generatorer er alle bosoniske, hvilket for det første betyder, at de kan repræsenteres som matricer bestående af sædvanlige reelle eller komplekse tal, og for det andet at de opfylder visse indbyrdes kommutationsrelationer. Man kan udvide Poincarégruppen til en supergruppe ved at inkludere fermioniske generatorer. Fermioniske generatorer kan ikke repræsenteres ved hjælp af sædvanlige reelle eller komplekse tal, men kræver, at man benytter sig af såkaldte Grassmannvariable, som er antikommuterende objekter. De fermioniske generatorer for en supergruppe opfylder visse indbyrdes antikommutationsrelationer og derudover visse kommutationsrelationer med de bosoniske generatorer.

Sandsynligheden for spredning får man ved at kvadrere den såkaldte spredningsamplitude, og til at beregne denne spredningsamplitude har man visse regneregler. Hvert diagram i figur 2 repræsenterer således en bestemt talværdi, og for at beregne den totale amplitude skal man summere over alle disse talværdier. Specielt gælder der, at man skal gange bidraget fra et givet diagram med g_s, hver gang en streng splittes i to, eller to strenge smelter sammen til en. Amplituderne for vekselvirkning kan derfor skrives som en rækkeudvikling i g_s^2, og denne rækkeudvikling kaldes for den topologiske udvikling, fordi den organiserer strengenes verdensflader i henhold til deres topologi. Der gælder nemlig, at hvert håndtag på strengenes verdensflade genererer en faktor g_s^2, se figur 2.

Betragter man grænsen $g_s \to 0$, simplificerer den vekselvirkende strengteori betydeligt, idet man kun behøver at medtage de første led i rækkeudviklingen. Sammenfattende kan det altså siges, at strengteori er beskrevet ved to parametre, α' og g_s, hvor α' styrer spektret og g_s den topologiske udvikling. Teorien simplificerer i grænserne $g_s \to 0, \alpha' \to 0$.

Herudover er der yderligere to væsentlige karakteristika for strengteorien. For det første må strengteorien være supersymmetrisk, dvs. invariant under transformationer beskrevet ved en vis såkaldt supergruppe, se boks. Supersymmetri er nødvendigt, fordi vi ønsker at have både strengtilstande med heltalligt spin (bosoner) og strengtilstande med halvtalligt spin (fermioner). I vores fysiske verden observerer vi nemlig både fermioner og bosoner. Eksempelvis er protoner og elektroner fermioner, mens fotonen er en boson. Uden supersymmetri kan der kun eksistere strengtilstande med heltalligt spin. For det andet må strengteori, for at være kvantemekanisk konsistent, formuleres i flere end fire rumtidsdimensioner. Superstrengteori kræver således en 10-dimensional rumtid. Som vi skal se, er de 10 dimensioner præcis, hvad der skal til for at opnå det perfekte match mellem strengteorien og en firedimensional partikelteori.

Partikelteori

De teorier, som man vil teste ved de snarligt forestående eksperimenter ved LHC på CERN, er partikelteorier eller mere præcist kvantefeltteorier. Teorierne er formuleret i fire dimensioner og har en særlig type lokal invarians, gaugeinvarians, som er genereret af en vis Lie gruppe. Denne Lie gruppe kaldes også for teoriens gaugegruppe. I resten af denne artikel vil vi bruge ordet gaugeteori synonymt med ordet partikelteori. For de stærke vekselvirkninger er gaugegruppen $SU(3)$, hvor tallet tre angiver antallet af mulige interne kvantetal, kaldet "farver", for teoriens fundamentale partikler, kvarkerne. Gaugeteorier har en naturlig generalisering til supersymmetriske gaugeteorier, og den gaugeteori, som indgår i Maldacenas conjecture, har den maximalt mulige mængde af supersymmetri.[1] Denne maximalt supersymmetriske gaugeteori benævnes $\mathcal{N} = 4$ super Yang-Mills teori. Det viser sig, at for at indføre den maximale mængde supersymmetri må man ikke alene indføre nye fermioniske symmetrier, men også ekstra bosoniske symmetrier. For $\mathcal{N} = 4$ super Yang-Mills teori er disse ekstra bosoniske symmetrier beskrevet ved grupperne $SO(6)$ og $SO(2,4)$. Den ekstra symmetri svarende til gruppen $SO(6)$ kaldes for R-symmetri, og den ekstra symmetri svarende til gruppen $SO(2,4)$ er den såkaldte konforme symmetri.

Totalt set er teoriens symmetrigruppe supergruppen ved navn $PSU(2,2|4)$. I en teori med konform invarians er der et specielt sæt af felter, nemlig de konforme felter, som man med fordel kan vælge som en basis for alle teoriens felter. Disse felter er karakteriseret ved at være egenvektorer for teoriens dilatationsoperator, som er den symmetrigenerator, der genererer dilatationer af rumtiden. De tilhørende egenværdier kaldes for de konforme dimensioner. En dilatation af rumtiden er en afbildning af typen $\vec{x} \to \gamma \vec{x}$, hvor γ er en konstant. Under en dilatation af rumtiden vil en et konformt felt, ϕ, transformere som $\phi \to \gamma^{-\Delta}\phi$, hvor Δ er feltets konforme dimension.

Gaugeteoriens topologiske udvikling

I kvantefeltteori udregnes spredningsamplituder ved hjælp af Feynmandiagrammer, hvoraf nogle eksempler kan ses i figuren nedenfor.

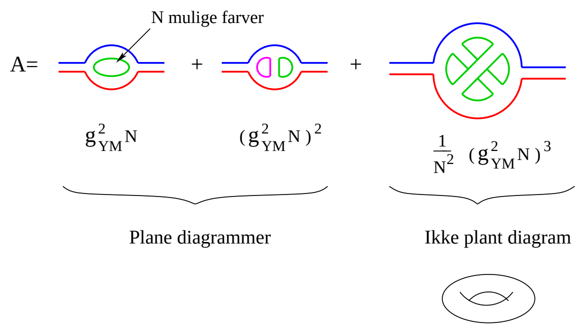


Illustration af gaugeteoriens topologiske udvikling

Hvis gaugegruppen for teorien er $SU(N)$, repræsenteres teoriens gaugepartikler, gluonerne, som dobbelte linier, hvor hver linie kan have en af N mulige farver. Man har to typer af vekselvirkninger mellem gaugepartiklerne, en som involverer tre gluoner og en, som involverer fire. I figuren er der, for simpeltheds skyld, kun vist vekselvirkninger af den første type. En vekselvirkning mellem tre gluoner giver anledning til en vægtfaktor g_{YM}, og et loop bestående af en enkelt linie giver en faktor N, fordi loopet kan have N forskellige farver. (Linier, der ikke danner loops, repræsenterer givne begyndelses- og sluttilstande, og for disse er der kun en mulighed for farven.) Linierne i et Feynmandiagram skal forbindes således, at ingen linier krydser hinanden. For de første to diagrammer i figuren kan dette opnås ved blot at tegne diagrammet i planen, men for det tredie diagram kan dette kun opnås, hvis diagrammet tegnes på en flade med mindst et håndtag. I figuren ovenfor er der vist en flade med netop ét håndtag. En sådan flade kaldes en torus. Til ethvert Feynmandiagram associerer man et genus eller et antal håndtag, nemlig antallet af håndtag på den simpleste flade, hvorpå diagrammet kan tegnes, uden at dets linier krydser hinanden. Man kan nu vise, at gaugeteoriens amplituder kan organiseres som en dobbelt rækkeudvikling i λ og $\frac{1}{N}$, hvor potensen af λ svarer til antallet af vekselvirkninger og potensen af $\frac{1}{N^2}$ svarer til antallet af håndtag.

I en klassisk feltteori er felternes konforme dimensioner kendte og kan aflæses ved dimensionsanalyse. F.eks. har et frit skalarfelt i d dimensioner den konforme dimension $\frac{d-2}{2}$. I en kvantefeltteori vil de felter, som er konforme på klassisk niveau, imidlertid ikke være egenvektorer for dilatationsoperatoren, når kvantekorrektioner tages i betragtning. Man er derfor nødt til eksplicit at diagonalisere teoriens dilatationsoperator for at bestemme de konforme felter og deres tilhørende

[1] Der findes mere komplicerede versioner af Maldacenas conjecture, hvor gaugeteorien ikke er supersymmetrisk.

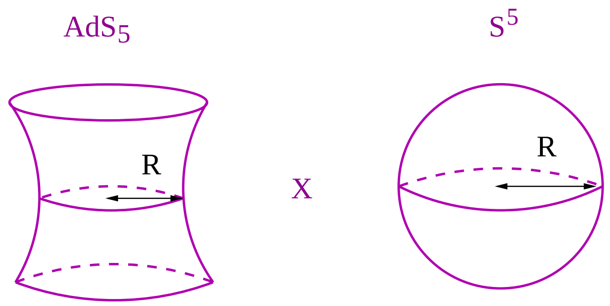
konforme dimensioner. De konforme dimensioner er, hvad man forstår ved den konforme feltteoris spektrum.

En supersymmetrisk gaugeteori har ligesom en sædvanlig gaugeteori en dimensionsløs gaugekoblingskonstant, g_{YM}, der bestemmer styrken af teoriens vekselvirkninger. For at gaugeteorien skal kunne relateres til en strengteori, har man imidlertid brug for en ekstra parameter, og dette opnår man ved at betragte teorien med gaugegruppe $SU(N)$, hvor N så er den ekstra parameter, der igen kan forstås som antallet af mulige farver. Amplituderne i gaugeteorien udtrykkes ved hjælp af Feynmandiagrammer, (se boks), og kan nu skrives som en dobbelt rækkeudvikling i $\lambda = g_{\mathrm{YM}}^2 N$ og $\frac{1}{N}$. Specielt får gaugeteorien herved ligesom strengteorien en topologisk udvikling, idet ethvert Feynmandiagram tillægges et vist antal håndtag, (se boks), og får en vægtfaktor $\frac{1}{N^2}$ for hvert sådant håndtag.

Gaugeteorien simplificerer betragteligt i grænsen $N \to \infty$, for i denne grænse overlever kun de plane diagrammer. Ligeledes simplificerer teorien i grænsen $\lambda \to 0$, idet kun de første få led i rækkeudviklingen i λ vil være af betydning.

Maldacenas conjecture

Maldacenas conjecture indebærer, at strengteori og partikelteori blot er forskellige beskrivelser af samme system. For at nå til denne konklusion må man først eliminere den åbenlyse forskel, at strengteori lever i 10 dimensioner og partikelteori kun i fire. Dette gøres ved at vælge et helt specielt 10-dimensionalt rum som strengens baggrund. Det perfekte 10-dimensionale rum er et produktrum af to fem-dimensionale rum, nemlig S^5 og AdS_5. Her er S^5 den sædvanlige 5-dimensionale kugle, som specielt har positiv krumning overalt, og AdS_5 er det 5-dimensionale anti-de-Sitter rum, som har negativ krumning overalt, se figur 3.



Figur 3. Når strengteorien defineres på et 10-dimensionalt rum, som er et produktrum bestående af det fem-dimensionale anti-de-Sitter rum, AdS_5, og den fem-dimensionale kugle, S^5, matcher strengteoriens symmetriegenskaber præcist partikelteoriens symmetriegenskaber. Randen af AdS_5 er identisk med vores fire-dimensionale Minkowski rum.

Det springende punkt i denne konstruktion er, at det fem-dimensionale anti-de-Sitter rum (i en vis forstand) har en rand, som er vores fire-dimensionale Minkowski rum. Idéen er så, at vi og gaugeteorien lever på den 4-dimensionale rand af det 5-dimensionale anti-de-Sitter rum og opfatter strengens ekstra rumtidsfrihedsgrader som nogle indre frihedsgrader for vores system. Det her beskrevne 10-dimensionale produktrum er ikke blot et “tilfældigt” rum, som har vores fire-dimensionale Minkowski rum som underrum. Rummet er specielt designet til at matche symmetrierne af den maksimalt supersymmetriske gaugeteori. Der gælder nemlig, at isometrigruppen, dvs. gruppen af afstandsbevarende koordinattransformationer, for S^5 præcis er R-symmetrigruppen $SO(6)$, og isometrigruppen for AdS_5 præcis er den konforme gruppe i fire dimensioner, $SO(2,4)$. Totalt set bliver strengens symmetrigruppe $PSU(2,2|4)$, altså den samme som for gaugeteorien.

Nu er der blot det tilbageværende problem, at strengteorien har en dimensionsfuld koblingskonstant α', mens begge gaugeteoriens parametre er dimensionsløse. Dette problem kan elimineres ved at indføre en karakteristisk længdeskala, R, for strengteoriens baggrund. For S^5 kan R direkte ses som kuglens radius, men også for AdS_5 kan R opfattes som en radius. Maldacenas conjecture siger, at med disse konstruktioner er gaugeteorien og strengteorien identiske, hvis deres parametre identificeres på følgende måde

$$\frac{R^2}{\alpha'} = \sqrt{\lambda}, \qquad g_s = \lambda \cdot \frac{1}{N}. \tag{2}$$

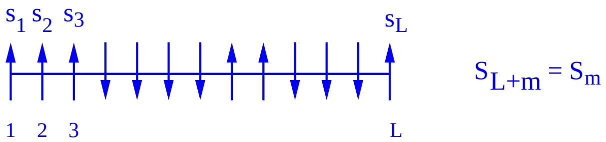
Identifikationen af teorierne involverer naturligvis også en identifikation af teoriernes “observable”. En given strengtilstand identificeres med et gaugeinvariant, konformt felt, der typisk vil være et produkt af mange elementære felter, og strengtilstandens energi identificeres med feltets konforme dimension.

Ligning (2) fortæller os, at den topologiske udvikling for henholdsvis gaugeteorien og strengteorien er nært relaterede. Specielt vil det at betragte gaugeteoriens plane grænse, dvs. grænsen $N \to \infty$ (men λ endelig), svare til at betragte frie strenge, dvs. $g_s \to 0$. I det følgende vil vi begrænse os til at diskutere den plane gaugeteori og den dermed ækvivalente frie strengteori. Den relevante relation mellem teoriernes parametre er dermed den første relation i ligning (2). Af denne relation ses det, at Maldacenas conjecture relaterer den simple grænse af gaugeteorien ($\lambda \to 0$) til den komplicerede grænse af strengteorien ($\frac{\alpha'}{R^2} \to \infty$) og vice versa. Dette er ekstremt interessant, for det betyder, at såfremt Maldacena’s conjecture er korrekt, kan vi finde svar på komplicerede spørgsmål i gaugeteori ved at udføre simple beregninger i strengteori, og omvendt kan vi finde svar på komplicerede spørgsmål i strengteori ved at udføre simple beregninger i gaugeteori. En sådan type sammenhæng mellem to teorier kaldes også for en stærk/svag-koblingsdualitet.

Det blev oprindeligt anset for meget svært at konstruere et bevis for Maldacenas conjecture. Gaugeteorien kunne man kun studere perturbativt, dvs. ved en rækkeudvikling for små λ. For strengteorien var situationen ikke bedre, idet man ikke engang vidste, hvorledes man skulle kvantisere den frie streng på rummet $AdS_5 \times S^5$. Man kunne kun studere strengteorien semi-klassisk og finde spektret som en rækkeudvikling i parameteren $\frac{\alpha'}{R^2}$, som ifølge Maldacena skal identificeres med $\frac{1}{\sqrt{\lambda}}$. Det giver tydeligvis ikke meget mening at sammenligne de første få led i en rækkeudvikling i λ med de første få led i en rækkeudviling i $\frac{1}{\sqrt{\lambda}}$. Opdagelsen af, at vejen fra gaugeteori til strengteori kunne gå via integrable spinkæder, ledte imidlertid til et gennembrud.

Integrable spinkæder

Spinkæder blev oprindeligt opfundet af faststoffysikere til at modellere metallers magnetiseringsegenskaber, men har altså nu fundet anvendelse inden for teoretisk højenergifysik. Spinkæder er en-dimensionale gitre, hvor der til hvert gitterpunkt er knyttet en kvantemekanisk spin-variabel. Det simpleste eksempel på en spinkæde er den såkaldte Heisenberg spinkæde, hvor variablene er kvantemekaniske spin-1/2 variable, se figur 4.



Figur 4. Heisenberg spinkæden med spin-1/2 variable på hvert gitterpunkt. En given spinkonfiguration svarer til en strengtilstand i den 10-dimensionale strengteori og et produkt af felter i den fire-dimensionale gaugeteori.

Som sædvanlige kvantemekaniske systemer er Heisenberg spinkæden beskrevet ved en vis Hamiltonoperator, H. Denne tager formen

$$H = \lambda \cdot \sum_{i=1}^{L} (1 - P_{i,i+1}), \qquad (3)$$

hvor L er spinkædens længde og $P_{i,i+1}$ permutationsoperatoren, som permuterer spinnene på plads i og $i+1$. Spinkæden har vekselvirkninger mellem nærmeste naboer, og vekselvirkningernes styrke er bestemt af koblingskonstanten λ.

Som for andre kvantemekaniske systemer er man ved studiet af spinkæder interesseret i at diagonalisere systemets Hamiltonoperator, dvs. finde dens egenværdier og egenvektorer. Det er klart, at systemets grundtilstand er en tilstand, hvor alle spin er ensrettede, og at denne tilstand har energien, $E = 0$. Tilstanden, hvor f.eks. spinnene på plads i og j er flippet, er imidlertid ikke en egentilstand, idet Hamiltonoperatoren vil transformere tilstanden til en linearkombination af andre tilstande med 2 spin flippet. Man er derfor nødt til eksplicit at diagonalisere Hamiltonoperatoren i rummet af tilstande med to spin-flip. Komplikationerne ved en eksplicit diagonalisering bliver være, jo flere spin, som er flippet. En "brute force" diagonalisering af Hamiltonoperatoren er typisk kun mulig for små værdier af L, men visse spinkæder, deriblandt Heisenberg spinkæden, er integrable, og for disse kæder kan diagonaliseringsproblemet reduceres til et langt mere overkommeligt problem, nemlig løsningen af et sæt algebraiske ligninger, kaldet Bethe-ligningerne. At en spinkæde af længde L er integrabel, er ensbetydende med, at der eksisterer $L - 1$ bevarede ladninger i form af operatorer, som alle kommuterer med Hamiltonoperatoren og med hinanden.

Det viser sig nu, at den plane version af dilatationsoperatoren for den ovenfor omtalte supersymmetriske gaugeteori kan identificeres med Hamiltonoperatoren for en integrabel spinkæde [3, 4]. Hvor Heisenberg spinkæden er baseret på symmetrigruppen $SU(2)$, er den spinkæde, som er relevant for den fulde $\mathcal{N} = 4$ super Yang-Mills teori, baseret på symmetrigruppen $PSU(2, 2|4)$. Dette indebærer, at spinnene i stedet for blot at kunne flippe fra "ned" til "op" kan exciteres fra en vis laveste tilstand til 16 forskellige exciterede tilstande.

Spinkæden med længde L beskriver mængden af sammensatte felter af længde L, dvs. produkter af L elementære felter, og en hver mulig konfiguration af spin for spinkæden svarer til en bestemt rækkefølge af felter i produktet. Rækkefølgen er ikke ligegyldig, idet de elementære felter ikke kommuterer. At finde de konforme sammensatte felter og deres tilhørende konforme dimensioner i gaugeteorien bliver derfor ækvivalent med at finde egenvektorer og egenværdier for spinkæden, dvs. at løse et sæt algebraiske Bethe ligninger. Regner man til et-loop orden i gaugeteorien, dvs. til orden λ, har spinkæden kun vekselvirkninger mellem nærmeste naboer. Til orden λ^n har spinkæden vekselvirkninger mellem $n + 1$ nærmeste naboer. Dilatationsoperatoren for den plane gaugeteori kan vises at være integrabel op til mindst tre ledende ordener i λ for visse underrum af sammensatte felter (og til et-loop orden for alle typer af sammensatte felter). Under antagelse af, at den fulde plane teori er integrabel til alle loop ordener kan man ved hjælp af symmetriargumenter nedskrive et sæt Bethe ligninger, som er gyldige for alle værdier af λ. Disse Bethe ligninger kan man løse for store λ og sammenligne med det resultat, man får fra den semiklassiske analyse af strengteorien, hvor det i øjeblikket er muligt at regne til tre ledende ordener i $\frac{1}{\sqrt{\lambda}}$. Det viser sig, at resultaterne stemmer overens. Omvendt kan man under antagelse af, at den frie strengteori er integrabel, hvilket i øjeblikket kan bevises til ledende orden i $\frac{1}{\sqrt{\lambda}}$, forudsige resultater i den perturbative gaugeteori. Disse forudsigelser er blevet bekræftet til fire ledende ordener i λ ved eksplicitte, meget krævende, fire-loop gaugeteoriberegninger. Hermed er man ekstremt tæt på at have bevist Maldacenas conjecture.

Sammenfatning

Højst overraskende har det vist sig, at en-dimensionale spinkæder, der oprindeligt blev opfundet af faststoffysikere til at beskrive metallers magnetiseringsegenskaber, har kunnet anvendes til at forstå sammenhængen mellem partikel- og strengteori. Da Maldacena i 1998 fremsatte sit conjecture om, at 10-dimensional strengteori var ækvivalent med fire-dimensional gaugeteori, syntes det umuligt at finde et bevis for dette conjecture, fordi det relaterede den let tilgængelige, dvs. perturbative, grænse af gaugeteorien til den svært tilgængelige, dvs. ikke-perturbative, grænse af strengteorien og vice versa. Ved at udnytte en bestemt spinkædes integrabilitetsegenskaber er vi imidlertid kommet ekstremt tæt på et bevis for Maldacenas conjecture. Spinkædens spektrum, som kan findes eksakt, kan vises at ekstrapolere mellem spektret af den perturbative strengteori og spektret af den perturbative gaugeteori. Dette betyder, at strenge og partikler blot er to sider af samme sag, og vejen er banet for, at man kan besvare komplicerede spørgsmål angående naturens mindste energikvanter ved hjælp af relativt simple manipulationer med integrable spinkæder.

Litteratur

[1] J. M. Maldacena, *The large N limit of superconformal field theories and supergravity,* Adv. Theor. Math. Phys. **2** (1998) 231 Int. J. Theor. Phys. **38** (1999) 1113, hep-th/9711200.

[2] J. Maldacena, *The illusion of gravity*, Scientific American, Vol. 295, Pages 56-63, November 2005.

[3] J. A. Minahan and K. Zarembo, *The Bethe-ansatz for N = 4 super Yang-Mills,* JHEP **0303** (2003) 013, hep-th/0212208.

[4] N. Beisert, C. Kristjansen, and M. Staudacher, *The dilatation operator of* $\mathcal{N} = 4$ *super Yang-Mills theory,* Nucl. Phys. B **664** (2003) 131, hep-th/0303060.

[5] For en samling af oversigtsartikler om emnet, se C. Kristjansen, M. Staudacher and A. Tseytlin (eds.), *Integrability and the AdS/CFT correspondence*, special issue of J. Phys. A: Mathematical and Theoretical, Vol. 42, no. 25, 2009.

Charlotte Fløe Kristjansen er lektor i gruppen for teoretisk højenergifysik og kosmologi ved Niels Bohr Instituttet. Hendes nuværende forskningsområde er integrable spinkæder samt relationen mellem partikel- og strengteori. Tidligere har hun arbejdet med diskrete modeller for kvantegravitation og med "random matrices".