

Paradokser i fysikken

Af Finn Berg Rasmussen, Niels Bohr Institutet

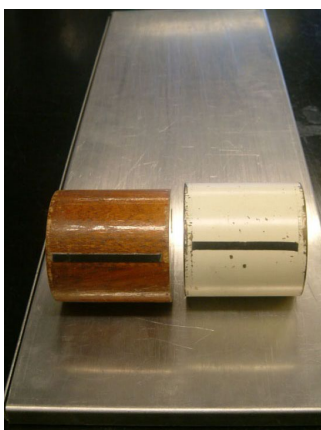
Fysikkens paradokser har altid tjent som godt pædagogisk hjælpemiddel. De sætter tingene på spidsen og demonstrerer, at der er noget man endnu ikke har forstået. Derved tvinger de én til dybere overvejelser og kan inspirere til ny forskning. De følgende eksempler har været brugt i foredrag i UNF.

To eksempler fra mekanisk fysik

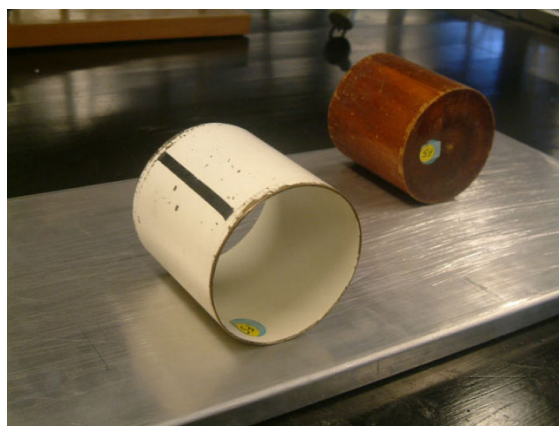
Lidt provokerende kan man sige, at vi oplever et paradoks, når forholdene ikke svarer til vores forudfattede opfattelse. Naturens opførsel kan forekomme paradoksal, hvis den ikke opfører sig i overensstemmelse med vore fordomme. Dette kan let illustreres med et par små forsøg med rulning.

To cylindre

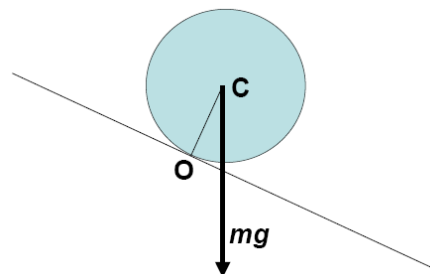
I figur 1 ligger to cylindre med samme radius side om side på en aflang plade. Når pladens ene ende løftes, ruller cylindrene ned. Siden Galileis undersøgelser ved vi, at alle legemer falder lige hurtigt, og når vi ydermere tænker på, at Galilei netop udførte en del af sine "fald"forsøg ved hjælp af skråplaner, er det nærliggende at forvente, at de to cylindre vil komme lige hurtigt ned til enden af væddeløbsbanen. Med de to viste cylindre ankommer den brune imidlertid altid et stykke tid før den hvide. Figur 2 afslører hvorfor: cylindrene har ikke samme massefordeling. En cylinders hastighed langs skråplanet hænger nøje sammen med rotationshastigheden (når den ruller uden at glide). Når en cylinder roterer, har punkter ved den krumme overflade størst hastighed. I den hvide cylinder skal hele massen således accelereres op til den højeste hastighed svarende til rotationen, mens det meste af massen i den brune, homogene cylinder kræver mindre acceleration. Kraftpåvirkningen er den samme for de to, jævnfør figur 3. Processen kan beregnes præcist ved brug af inerti-, kraft- og impulsmomenter.



Figur 1. To tilsyneladende ens cylindre.



Figur 2. Den hvide cylinder har massen koncentreret ved overfladen, længst væk fra cylinderaksen.



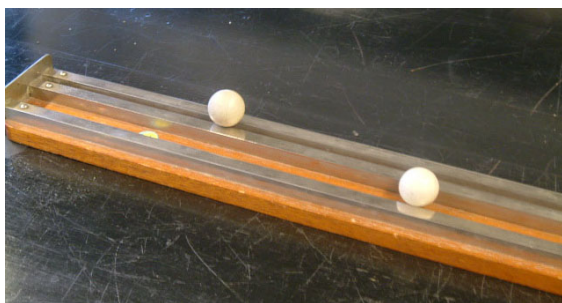
Figur 3. Tyngdekraftens moment om omdrejningsaksen gennem O er det samme for de to cylindre (masserne antages at være ens).

To marmorkugler

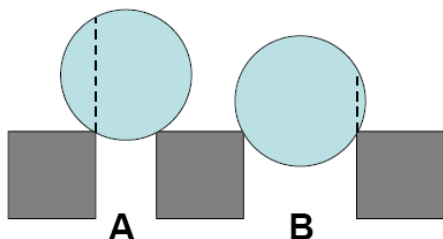
Et lignende, tilsyneladende paradoks kan demonstreres med udstyret i figur 4. De to kugler ruller ned ad hvert sit par af skinner. Ses forsøget lige fra siden, kan det opfattes som paradoksal, at den ene kugle løber hurtigere end den anden (det må naturligvis understreges, at *kuglerne* er ens!). Forklaringen ligger i skinnernes forskellige afstand, se figur 5. Den øjeblikkelige omdrejningsakse for en kugle går gennem kuglens berøringspunkter med skinnerne. Tyngdekraften (som virker i kuglens centrum) har lettest ved at bringe kuglen over A i rotation, fordi dens arm (centrums vinkelrette afstand fra omdrejningsaksen) er størst. Desuden vil hver omdrejning af kuglen over A bringe den længere frem, idet berøringspunktet beskriver en større lillecirkel på kugleoverfladen end for kuglen over B (antydnet med de punkterede linier).

Udstyret kan iøvrigt bruges til en lille tryllekunst, altså et illusionsnummer. Hvis en kugle bringes i rotation med massecentret i hvile i forhold til skinnerne, vil gnidningskraften mellem skinner og kugle dels accelerere kuglens centrum, dels bremse selve rotationen, indtil hastighederne passer sammen, hvorefter kuglen ruller videre uden at glide mere. I tilfælde A har gnidningskraften den største arm omkring massecentret og kan derfor hurtigere standse kuglens egenrotation, dens spin.

Man triller de to kugler, så de ruller imod hinanden over skinnerne A. De støder sammen næsten elastisk og ruller bort fra hinanden igen. Nu fortæller man tilhørerne, at man ved tankens kraft eller noget andet hokus-pokus kan få kuglerne til at tiltrække hinanden. Efter passende besværgelser gentager man forsøget, men på skinnerne B (og med en god rotations-hastighed). Her kan kuglerne bedre bevare deres spin, så efter en kort frastødning ruller de imod hinanden igen, helt af sig selv.



Figur 4. To marmorkugler på forskellige skinner.



Figur 5. Skinner og kugler skematisk.

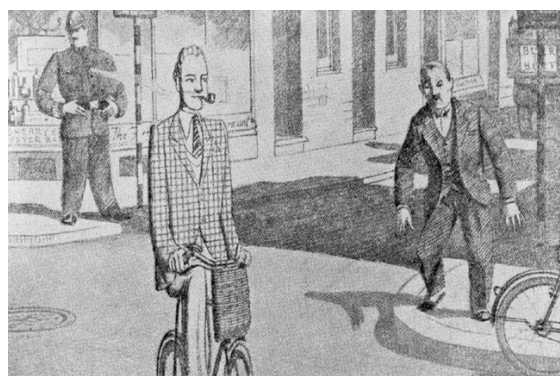
Relativitetsteorien – Lorentz-forkortningen

Centralt i den specielle relativitetsteori står begrebet *inertialsystem*. I et inertialsystem vil et legeme, der ikke påvirkes af nogen kræfter, enten være i jævn, retlinet bevægelse eller ligge stille. Det er med andre ord et system (fx et koordinatsystem), hvor inertiens lov gælder. Einsteins fundamentale postulat for den *specielle relativitetsteori* er, at naturlovene er ens i alle inertialsystemer. Det er således umuligt ved nogen- som helst observation at fastslå, om et system skulle være i hvile i en eller anden absolut forstand. Eftersom lyset udbreder sig i vakuum, må dets hastighed være den samme i alle inertialsystemer. Relativitetsteoriens konsekvenser er mest udtalte ved hastigheder i nærheden af lysets hastighed c .

En af relativitetsteoriens konsekvenser er Lorentz-forkortningen. Fænomenet kan illustreres med figurene

6 og 7, der stammer fra en serie historier om “Mr. Tompkins i drømmeland”, som George Gamow (1904-1968) skrev omkring 1939 [1]. Mr. Tompkins går til aftenforedrag om “moderne” fysik, og hjemme i sin seng drømmer han om, hvad han har hørt. I dette tilfælde er han kommet til en by, hvor lyshastigheden er 30 km/t. I den første figur står han på fortovet og ser en cyklist, der kører forbi. For Tompkins ser det ud som om alle afstande i et bevæget system (cyklisten) er blevet forkortet i *bevægelsesretningen*, så cyklisten ser yderst slank ud. Tompkins vil gerne være lidt slankere og springer straks på en cykel, men ak: set i hans eget system er han lige så trivelig som altid, mens derimod alle andre, der nu bevæger sig i forhold til ham, er blevet slanke. Det kunne se ud som et paradoks, men man kan jo ikke være i begge systemer samtidig.

Tiden ændrer sig også mellem to iagttagere, der bevæger sig i forhold hinanden. Hvis Tompkins aflæser cyklistens ur, lige når han kører forbi, og gentager aflæsningen, efter at cyklisten har taget en hurtig runde omkring husblokken, vil han finde at cyklistens ur er kommet bagefter. Dette er det berømte *tvillingeparadoks*. Cyklistens system er imidlertid ikke længere et inertialsystem, idet han er drejet om hjørner et antal gange; han er blevet accelereret. Accelererede systemer og tyngdefelter kræver inddragelse af den *almene relativitetsteori*, så en ordentlig diskussion af tvillingeparadokset vil føre for vidt. Tidstransformationen spiller med i det følgende eksempel, som alene holder sig til inertialsystemer.



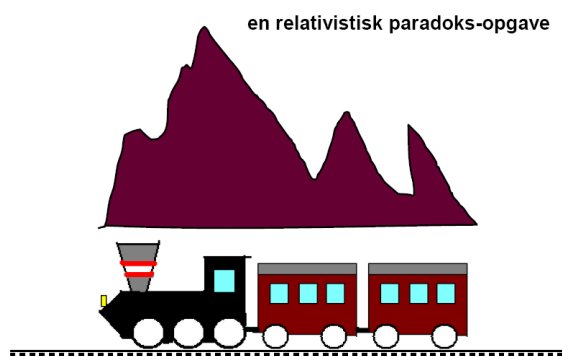
Figur 6. Iagttageren “står stille” og iagttager cyklist i bevægelse.



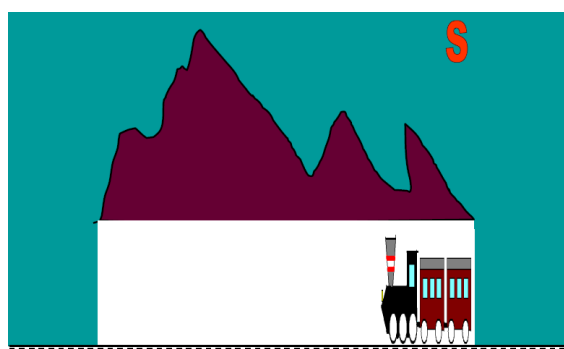
Figur 7. Omgivelserne bevæger sig i forhold til iagttageren.

Lorentz-forkortningen fører til et paradoks?

Dette eksempel har været benyttet ved opgaveregning for førsteårsstuderende i fysik. I figur 8 ses en tunnel under et bjerg og et tog, der holder stille i tunnelen. Som det ses, har toget samme længde som tunnelen. Vi forestiller os nu, at lyshastigheden er 100 km/t, og at toget kører gennem tunnelen med 98 km/t. Det er kraftigt Lorentz-forkortet (figur 9) I det øjeblik, da togets bagende forsvinder ind i tunnelen, bryder et altomfattende regnvejr løs. Det holder op igen netop som togets forende dukker ud af tunnelen. Foreløbig er der ikke noget paradoks, men prøv nu at se det hele fra togets synspunkt.



Figur 8. Toget står stille i tunnelen.



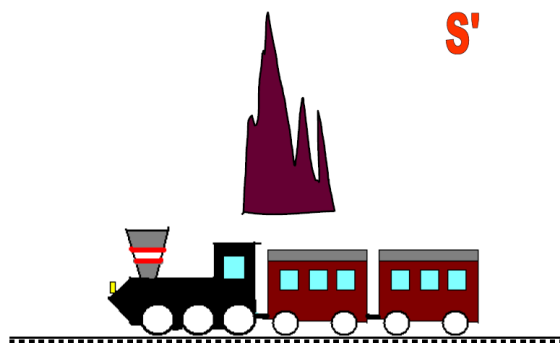
Figur 9. Togets hastighed er 98 % af lyshastigheden.

En iagttager i togets system S' vil se tunnelen voldsomt forkortet (figur 10), og det er vanskeligt at se, hvordan den tunnel kan give ly for det lange tog. Alligevel vil relativitetsprincippet påstå, at begivenhedernes forløb ikke afhænger af, hvilket inertialsystem de ses fra. Toget skal altså forblive tørt, og efter tunnelen kommer det til at køre på våde skinner. Eksemplet viser klart hvor forsigtig man skal være med at stole på sin almindelige intuition, når det gælder relativistiske fænomener. For at opklare paradokset må man se på Lorentz-transformationen

$$x' = \frac{x - v \cdot t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1)$$

$$t' = \frac{t - \frac{x \cdot v}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (2)$$

Den handler om transformation af stedkoordinaten x og tiden t fra inertialsystemet S til x' og t' i inertialsystemet S' . Den simple form forudsætter, at S' bevæger sig i forhold til S med hastigheden v på sådan en måde, at x' -aksen glider langs x -aksen i S , og at urene i S og i S' viser henholdsvis $t = 0$ og $t' = 0$ i det øjeblik, da 0-punkterne for x - og x' -akserne passerer hinanden. I det foreliggende tilfælde ville man lægge x - og x' -akserne langs skinnerne.



Figur 10. Tunnel set fra toget. Er den for kort?

Selv om man nu kan regne problemet igennem ved hjælp af ligningerne (1) og (2) – det er ikke helt let – er en beregning ikke nødvendig for at se, hvor det afgørende punkt er: af ligning (2) fremgår det, at et tidspunkt t i S ikke transformeres over i ét bestemt tidspunkt t' i S' ; for et givet t afhænger t' tværtimod af stedet i S (dvs x). Begivenheder, der er samtidige i S , er ikke nødvendigvis samtidige i S' . Regnbygen, der begynder og slutter på én gang overalt i S , bliver i S' set som en lokal, smal byge, der bevæger sig imod toget og som netop passerer hen over bjerget med tunnelen i det tidsrum, hvor tunnelen som en anden paraply passerer hen over toget, figur 11. Trods det tilsyneladende paradoks giver teorien altså en konsistent beskrivelse.



Figur 11. Set fra S' er regnbygen ganske smal, men bevæger sig i forhold til iagttageren i toget.

Historiske paradokser

Uden at kunne gå i detaljer er det værd at nævne nogle berømte paradokser, der har haft afgørende betydning for fysikkens udvikling.

Olbers paradoks

For omkring 200 år siden påpegede H. Olbers det paradoksale i at antage et uendeligt univers med stjerner overalt. Hvis Universet virkelig var uendeligt, ville

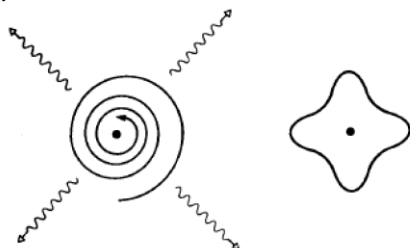
enhver sigtelinie før eller siden ramme en stjerne, og så måtte hele himlen være lys som Solen, døgnet rundt. Der skulle gå mere end 100 år, før dette paradoks blev opklaret. Svaret er Universets udvidelse. Stjerner langt fra os bevæger sig bort med store hastigheder, og på grund af Doppler-effekten bliver lyset fra dem forskudt mod længere bølgelængder (lavere frekvenser) og ud af det synlige spektralområde.

Plancks strålingslov

I slutningen af 1800-årene blev den elektromagnetiske stråling i et hulrum undersøgt ved omhyggelige spektralmålinger. Samtidig forsøgte det at beregne spektret ud fra elektromagnetisk teori og varmelære. Varmelæren kom ind, fordi spektret ændrede sig med hulrummets temperatur og blev forskudt mod kortere bølgelængder (højere frekvenser), når temperaturen steg. De beregnede spektre stemte ikke med de målte, men værre endnu: de teoretiske spektre ville medføre en uendeligt høj energitæthed i strålingsfeltet – det skulle med andre ord være livsfarligt at lukke en lystæt æske! Det var helt klart en absurditet eller om man vil, et paradoks. Max Planck løste problemet med sin antagelse om, at strålingsenergi med frekvensen ν kun kunne udveksles i portioner, *kvanter*, af størrelsen $h\nu$, hvor h er en universel konstant, nu kendt under navnet Plancks konstant. Planck kunne hermed redegøre for de målte spektre. Hans strålingslov danner nu grundlag for undersøgelser af Universets udvikling gennem studier af den kosmiske baggrundsstråling.

Atomets struktur

Vores nuværende forståelse af atomernes struktur blev også fremprovokeret af et paradoks. I årene op imod 1913 var den positivt ladede atomkerne blevet opdaget, og spørgsmålet var derefter, hvordan elektronerne kunne "udspænde" atomets formodede rumfang. For ikke at falde ind i kernen måtte elektronerne kredse omkring denne i baner, der var analoge med planeternes baner om solen. Ifølge klassisk elektromagnetisk teori må en ladning, der udfører en sådan svingende bevægelse, imidlertid udstråle elektromagnetiske bølger. Elektronerne vil derfor miste energi og efterhånden falde ind i kernen. På vejen ind vil elektronens omløbsfrekvens ændres, og den vil derfor udsende et kontinuert spektrum. Modellen er illustreret i figur 12.



Figur 12. Klassisk og kvantefysisk atommodel.

En sådan atommodel er helt paradoksal i forhold til det indlysende faktum, at atomerne er stabile. Ydermere udstråler atomerne skarpe spektrallinier, ikke kontinuerte spektre. Niels Bohr skar igennem paradokserne

ved at postulere, at atomerne kunne eksistere i visse stationære tilstande, og at frekvensen ν af udsendt lys svarede til en energiforskel mellem stationære tilstande gennem Plancks kvantum $h\nu$. Kvantefysikkens efterfølgende udvikling har medført, at de stationære tilstande ikke kan opfattes som planetbaner, men som en slags stående bølger eller skyer omkring atomkernen – som symbolsk antydet i figur 12.

De to mest berømte paradokser i 1900-årene

Der er et par paradokser fra kvantemekanikkens første tiår (1925-1935), som mange læsere måske havde ventet at se omtalt her, fordi de har været genstand for megen opmærksomhed og diskussion gennem det meste af det tyvende århundrede. Begge har haft afgørende betydning for diskussionerne mellem Bohr og Einstein om fortolkning af kvantemekanikken [2] [3] [4] [5].

Det ene, "EPR-paradokset" (efter Einstein, Podolsky, Rosen, 1935) havde baggrund i dybe overvejelser af virkelighedsbegrebet og af måleprocessers rolle. Mange fysikere vil regne problemstillingen for rent filosofisk, da der ikke findes eksperimenter, som blot antyder et behov for disse overvejelser.

Det andet paradoks – som vi formentlig skal leve med i al fremtid – er partikel-bølge dualiteten, altså det fænomen, at en partikel har *både* bølgeegenskaber og partikelegenskaber, helt i strid med vores forestillinger fra dagligdagen (eller fra klassisk fysik). Det er et eksempel, som meget klart illustrerer denne artikels pointe: at et paradoks indikerer nogle fejlagtige fordomme. De, der bliver ved med at mene, at partikel-bølge dualiteten er mærkelig, må berolige sig med et citat af Niels Bohr: hvis én siger, at han har forstået kvantemekanikken, så er det et sikkert tegn på, at der er noget han ikke har forstået.

Litteratur

- [1] George Gamow: Mr. Tompkins i drømmeland. Eller historien om lille c , store G og lille h (Gyldendal. København 1942)
- [2] Niels Bohr: Atomfysik og menneskelig erkendelse, s.45-82 (Schultz. København 1957)
- [3] Niels Blædel: Harmoni og enhed, s.199-216, udgivet af Carlsbergfondet (Rhodos 1985)
- [4] Per Hedegård: Forenede Elektroner A/S. Om superledning og kvanteteori, s.36-45 (Munksgaard-Nysyn, København 1991)
- [5] P.C.W. Davies and J.R. Brown (eds.): The ghost in the atom (Cambridge University Press 1986)



Finn Berg Rasmussen har gennem sin tid som lektor ved Niels Bohr Institutet studeret faste og flydende stoffer ved lave temperaturer (termiske, elektriske og magnetiske egenskaber). Er nu pensioneret. Medlem af KVANT's redaktion.