Spektrallinier – breddeopgave 29 med didaktisk kommentar

Af Jens Højgaard Jensen, IMFUFA, RUC.

Mit formål med artikelserien om breddeopgaver er – udover at gøre opmærksom på RUCs fysikuddannelse – dobbelt: Dels udvælger jeg opgaverne, så de kan have interesse som fysikproblemer i egen ret. Dels udvælger jeg dem med henblik på at kunne knytte didaktiske overvejelser til dem af interesse for fysikundervisere. I første omgang i forhold til universitetsundervisning. Men i anden omgang kunne der måske også trækkes paralleller til andre undervisningsniveauer.

Her bringes løsning og kommentarer til opgaven fra forrige nummer samt en ny opgave. Opgaven i sidste nummer af KVANT var denne breddeopgave fra RUC (nr. 29 i rækken her i KVANT):

29. Spektrallinier

Forud for Niels Bohrs forklaring på formlen:

$$\frac{1}{\lambda} = K\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right); \quad n \text{ og } m \text{ hele tal.} \qquad (1)$$

for spektrallinierne for brint i 1913 mente man også at have iagttaget spektrallinier for brint svarende til f.eks. $n = 3/2$ *og* m = *helt tal* $+\frac{1}{2}$*. Det var en del af Niels Bohrs bedrift i 1913, at han kunne forklare disse ekstra spektrallinier som stammende fra helium. Hvordan kunne han det?*

Løsning

$K \cdot c$, hvor c er lysets hastighed, har dimension af T^{-1}, og afhænger i Bohrs atommodel, som den er konstrueret, udover af Plancks konstant, h, og elektronens masse, m_e, alene af konstanten $k_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}Ze^2$ i Coulombs lov. (ε_o er dielektricitetskonstanten i vakuum, e elektronens ladning, og Z atomnummeret, dvs 1 for brint og 2 for helium). Spørgsmålet er, hvordan K for brint, K_H, og K for enkelt ioniseret helium, K_{He}, forholder sig til hinanden i Bohrs atommodel. Ved dimensionsanalyse indses det, at den eneste måde h (med dimensionen ML^2T^{-1}), m_e (med dimensionen M) og k_C (med dimensionen ML^3T^{-2}) kan kombineres på til en størrelse med dimensionen T^{-1} (som $K \cdot c$) er $k_C^2 \cdot m_e/h^3$. Derfor indgår Z i anden potens i K. Og derfor er K_{He} fire gange så stor som K_H.

Heraf følger for heliumspektret ifølge Bohrs atommodel:

$$\begin{aligned} 1/\lambda_{He} &= K_{He}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right) \qquad (2) \\ &= 4K_H\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right) \\ &= K_H\left(\frac{1}{(n/2)^2} - \frac{1}{(m/2)^2}\right); \; n \text{ og } m \text{ hele tal.} \end{aligned}$$

Altså, at bølgelængderne for brints spektrallinier ifølge Bohr udgør delmængden af bølgelængderne for heliums spektrallinier svarende til, at både n og m er lige tal. Eller omvendt: Bølgelængderne for heliums spektrallinier fremkommer af formlen for brints spektrallinier ved at tillade n og m at være både hel- og halvtallige. Spektrallinierne i lyset fra en blanding af brint og helium (som fra Solen og andre stjerner) vil altså have bølgelængder givet ved brintformlen med både hel- og halvtallige værdier af n og m.

Kommentarer

1. Når jeg har anført det som en større del af løsningen af opgaven at udregne, at K_{He} er fire gange så stor som K_H, skyldes det, at breddeeksamen foregår uden hjælpemidler. De studerende har altså til eksamen skullet kunne genkalde sig essensen af Bohrs atommodel uden at slå den op i lærebogen. Alternativet til at fastlægge K's afhængighed af Z ved dimensionsanalyse, som gjort her, er at udregne K ud fra Bohrs postulater, som det er gjort for cirkelbevægelser i lærebogen. Og hvor et af postulaterne er impulsmomentkvantiseringen.

2. Dimensionsanalyse var også for Niels Bohr en vigtig rettesnor, da han udviklede sin atommodel. I indledningen til gennembrudsartiklen "On the Constitution of Atoms and Molecules. Part I", Phil. Mag. 26, 1 (1913), varmer han således op til modellen ved at påpege umuligheden af at danne en karakteristisk længde svarende til atomernes størrelse alene ud fra k_C og m_e. Hvorimod man ved inddragelse af h netop opnår en karakteristisk længde af den rigtige størrelsesorden.

3. Et halvt år efter gennembrudsartiklen i Philosophical Magazine præsenterede Niels Bohr sit gennembrud på dansk ved et foredrag i Fysisk Forening, senere trykt i Fysisk Tidskrift: "Om brintspektret". Fysisk Tidskrift 12, 97 (1914). Jeg holder af at uddele denne artikel til studerende, da Bohr netop i denne danske version af historien udtrykker sig usædvanlig afklaret og læsbart. Samtidig er det bemærkelsesværdigt, at impulsmomentkvantiseringen – modsat de fleste lærebogsfremstillinger af Bohrs atommodel – ikke optræder i artiklen. Den teoretiske udledning af Rydbergs konstant, $K_H \cdot c$, udtrykt ved k_C, m_e og h med en værdi i overensstemmelse med det spektroskopisk målte, gennemføres alene ved hjælp af korrespondenskravet: at lysfrekvensen for elektronovergang imellem nabotilstande beregnet ud fra Bohrs model i stor afstand fra atomkernen skal nærme sig elektro-

nens omløbsfrekvens. I artiklen i Philosophical Magazine optræder impulsmomentkvantiseringen som et alternativ til korrespondenskravet som udgangspunkt for den teoretiske udledning af Rydbergs konstant. Baseres Bohrs atommodel på korresspondenskravet, fremstår impulsmomentkvantiseringen som en konsekvens af modellen. Benyttes impulsmomentkvantiseringen som postulat, følger opfyldelsen af korrespondenskravet heraf. For Bohr var korrespondenskravet tydeligvis det faste holdepunkt i 1913.

Breddeopgave 30. Luftmodstand

Inden næste nummer af KVANT udkommer, kan læserne eventuelt overveje løsningen til denne eksamensopgave fra breddekurset på RUC (fra sygeeksamen august 1983, nr. 30 i rækken her i KVANT):

Børn og voksne kommer i reglen ikke lige hurtigt ned ad bakke på cykel. Hvem kommer hurtigst ned? Begrund svaret.

Løsning og kommentar bringes i næste nummer.