Brandslange
- breddeopgave 94 med didaktisk kommentar

Jens Højgaard Jensen, IMFUFA, INM, RUC

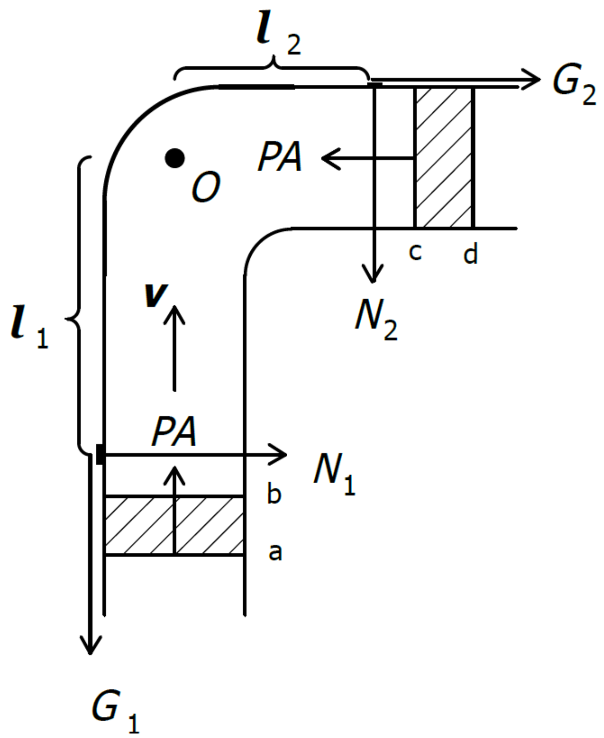
Mit formål med artikelserien om breddeopgaver er – udover at gøre opmærksom på RUCs fysikuddannelse – dobbelt: Dels udvælger jeg opgaverne, så de kan have interesse som fysikproblemer i egen ret. Dels udvælger jeg dem med henblik på at kunne knytte didaktiske overvejelser til dem af interesse for fysikundervisere. I første omgang i forhold til universitetsundervisning. Men i anden omgang kunne der måske også trækkes paralleller til andre undervisningsniveauer.

Her bringes løsning og kommentar til opgaven fra forrige nummer samt en ny opgave. Opgaven i sidste nummer af Kvant var denne breddeopgave (nr. 94 i rækken her i Kvant):

Breddeopgave 94. Brandslange

En brandslange er ført om et hushjørne. Der står en brandmand på hver side af hjørnet. Når vandet strømmer i slangen, skal brandmændene bruge kræfter for at undgå, at den retter sig ud. Hvor mange kræfter skal de bruge? Begrund svaret.

Løsning



Figur 1. Brandslange om hushjørne set fra oven.

Hvis de to brandmænd står lige langt fra hjørnet kan slangen holdes på plads alene af figurens to normalkræfter N_1 og N_2. Vi vil anvende mekanikkens bevægelseslove på det afgrænsede system, der består af den markerede vandmængde, der på et tidspunkt befinder sig mellem a og c på figuren, og brandslangen, som antages fri, bortset fra brandmændenes greb i den. Tidsrummet dt senere befinder den markerede vandmængde sig mellem b og d, hvorimod slangen ikke har flyttet sig. Kaldes vands massefylde ρ, tværsnittet af brandslangen A og vandets strømningshastighed i slangen v, mindskes volumenet af venstre del af den markerede vandmængde på figuren i tidsrummet dt med $Avdt$. I samme tidsrum øges volumenet af den øvre del af den markerede vandmængde på figuren med $Avdt$. Den tilsvarende masseforskydning er $\rho Avdt$. Vores afgrænsede vandmængde henholdsvis mister og øger derfor impulsen ρAv^2 per tid i de to retninger. Ud over kræfterne fra de to brandmænd leverer trykket P fra det omgivende vand kraften PA på vores afgrænsede system i de to retninger, som vist på figuren. Projektionerne i figurens to retninger af Newtons anden lov anvendt på systemet, giver da alt i alt

$$N_1 = \rho Av^2 + PA \tag{1}$$
$$N_2 = \rho Av^2 + PA \tag{2}$$

som svar på opgaven.

At de to brandmænd skal bruge lige mange kræfter, betyder, når de står lige langt fra hjørnet, at det kraftmoment om punktet O på figuren, de tilsammen leverer på vores afgrænsede vandmængde, er nul. Da trykkræfterne fra det omgivende vand heller ikke leverer noget kraftmoment om O, er det i overensstemmelse med, at den afgrænsede vandmængdes impulsmoment om O er konstant nul.

Kommentar

Brandslange-opgaven er en af de 68 træningsopgaver fra opstarten af "Breddekurset" i 1975 forud for den første eksamen i det i 1976. Jeg tænker, at det var specialtilfældet med en glat brandslange og de to brandmænd placeret i samme afstand fra hjørnet, svarende til ovenstående "løsning", som vi i skyndingen har haft i tankerne. Men brandmænd er dårligt stillede ved kun at få anvist denne særlige måde at bruge kræfterne på.

En normal brandslange vil være ru, så brandmændene ud over normalkræfterne N_1 og N_2 også kan påvirke brandslangen med de viste statiske gnidningskræfter G_1 og G_2 på figuren. Så er de mulige størrelser af de involverede kræfter ifølge den klassiske mekanik, jf figuren, generelt båndlagt af ligningerne:

$$N_1 + G_2 = \rho Av^2 + PA \tag{3}$$

$$N_2 + G_1 = \rho A v^2 + PA \quad (4)$$
$$l_1 N_1 = l_2 N_2 \quad (5)$$

Generelt båndlægger den klassiske mekanik altså brandmændenes muligheder for at undgå, at slangen retter sig ud, til at være løsninger for de fire ubekendte N_1, N_2, G_1 og G_2 til de tre ligninger (3), (4) og (5).

Antages, som i ovenstående løsning af opgaven, $l_1 = l_2$, så er, jf ligning (5), $N_1 = N_2$, og følgelig, jf (3) og (4), $G_1 = G_2$. Ligningerne kan så sammenfattes til den ene: $N + G = \rho A v^2 + PA$, med de to ubekendte N og G. Det viser, at brandmændene, hvis den statiske gnidningskoefficient er tilstrækkelig stor, lige så vel kan holde slangen på plads med $N = 0$, som med $G = 0$. Eller en vilkårlig, men ens for de to brandmænd, kombination af N og G med værdien $\rho A v^2 + PA$ sammenlagt.

Antages slangen at være olieret og glat, hvor den ene brandmand griber fat, således at fx $G_1 = 0$, har ligningssystemet for vilkårlige værdier af l_1 og l_2 den entydige løsning

$$\begin{aligned} N_2 &= \rho A v^2 + PA & (6) \\ N_1 &= (l_2/l_1)(\rho A v^2 + PA) & (7) \\ G_2 &= (1 - l_2/l_1)(\rho A v^2 + PA). & (8) \end{aligned}$$

Antages $G_1 = G_2 = 0$, fås $N_1 = N_2$ ifølge (3) og (4) og $N_1 = (l_2/l_1)N_2$ ifølge (5). Altså en modstrid, medmindre $l_2 = l_1$. Da en sådan betingelse kan være svær at opfylde i farten, må der således advares imod for glatte brandslanger.

I almindelighed vil måden, de fire kræfter N_1, N_2, G_1 og G_2 opfylder ligningerne (3), (4) og (5) på, være bestemt af, hvordan brandmændene greb fat om brandslangen til en start. I kommentaren til breddeopgave 63, "Bræt imod væg" (Kvant 2015, nr. 1), diskuterede jeg tilfældet, hvor væggen, som brættet er stillet skråt opad, ikke er glat. I modsætning til det ofte forekommende regnestykke i lærebøgerne i fysik, hvor væggen antages glat. Problemet, at finde de virkende kræfter på brættet, når væggen ikke er glat, men ru, er, ligesom her i brandslangetilfældet, underbestemt, klassisk mekanisk set. Hvorimod den noget søgte antagelse om glatte vægge i lærebøgerne giver et entydigt svar. Og det er jo nok grunden til antagelsen.

Videnskabsfilosoffen Kuhn mener, at teoretisk normalvidenskab opererer efter en devise, der med min spidsformulering kunne lyde: Svar haves. Spørgsmål søges. I modsætning til mere praktiske videnskabers: Spørgsmål haves. Svar søges. Hvor teoretisk normalvidenskab ligner manden, der leder efter den tabte gadedørsnøgle under gadelygten, fordi der her er lys, ikke fordi han tabte den der. Hvorimod praktisk orienteret videnskab mere føler sig frem i mørket, hvor nøglen blev tabt. Der er forskel på teoretisk normalvidenskabs teoretiske problemer og praktisk orienteret videnskabs praktiske problemer. Derfor skal der fx mere til at kunne udøve ingeniørvidenskab end fx at kunne anvende fysik. Men alligevel kan fysik, i kraft af teoretisk overblik, undertiden være til praktisk nytte. Det er således tilfældet her, hvor "svaret" klassisk mekanik sætter fokus på spørgsmålet: Hvor ru skal brandslanger være, for at undgå, at de smutter fra brandmændene, når der lukkes op for vandet?

Som det fremgår, er det med tiden gået op for os, at brandslange-opgaven ville have været for krævende som eksamensopgave. Men vi bruger den i undervisningen.

Breddeopgave 95. Rutherford spredning

Inden næste nummer af Kvant udkommer, kan læserne eventuelt overveje løsningen til denne opgave fra breddekurset på RUC (fra eksamen januar 2021, nr. 95 i rækken her i Kvant):

En α-partikel skydes, som vist på figuren, ind i nærheden af en tung atomkerne. Find ved en dimensionsanalyse den dimensionsløse størrelse, der bestemmer vinklen mellem retningerne, som α-partiklen bevæger sig i, før og efter afbøjningen ved passagen af atomkernen.

Løsning og kommentar bringes i næste nummer af Kvant.