Tyngdekraft og kvanteteori

Af N. Emil J. Bjerrum-Bohr, Niels Bohr Internationale Akademi & Discovery Center, Niels Bohr Institutet

Den almene relativitetsteori kan formuleres som en effektiv feltteori. Hermed opnås en perturbativ kvantemekanisk partikelfysisk beskrivelse af tyngdekraften i princippet op til energier i nærheden af Planck-skalaen. Det giver nye muligheder for anvendelser i højenergifysikken, herunder præcise teoretiske forudsigelser af kvantegravitationelle effekter.

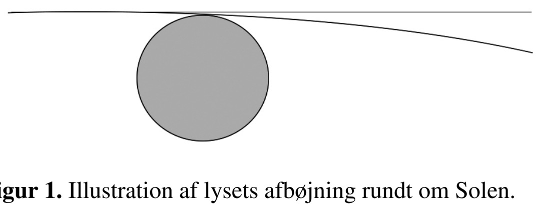
Tyngdekraften har til alle tider fascineret og stimuleret videnskabelig tænkning. Observationer og kvalitativ, empirisk forståelse af både tyngdekraft og kraftprincipper går langt tilbage, men et præcist matematisk fundament for tyngdekraften og mekaniske love blev først etableret af Isaac Newton i hovedværket *Principia* i 1687. Newton gjorde det her klart, at tyngdekraften er en *universel naturkraft*, og gennem hans ligninger for kraftbeskrivelse fulgte kvantitativt ækvivalensen af træg (inertiel) og gravitationel masse. Newtons love er den dag i dag basis for fysikken i mekaniske systemer.

Einsteins almene relativitetsteori

Einsteins forskning i tyngdekraften [1] tog udgangspunkt i Newtons beskrivelse, men udvidede stofbeskrivelsen, til også at omfatte relativistisk stof, ved at kombinere den specielle relativitetsteori med et nyt ækvivalensprincip. Einstein kaldte sin teori: den *almene relativitetsteori*.

Einsteins ækvivalensprincip kan formuleres simpelt på følgende vis: *I et givet tyngdefelt er det altid muligt at vælge et referencesystem, således at fysikken er den samme, som i den specielle relativitetsteori.*

Den klassiske illustration af Einsteins ækvivalensprincip er *den frit faldende elevator*: Hvor observatøren indeni (referencesystemet) ikke har mulighed for at afgøre, om han er i frit fald i et homogent tyngdefelt, eller om der i virkeligheden intet tyngdefelt er.



Figur 1. Illustration af lysets afbøjning rundt om Solen.

Kigger man på tiltrækningen af lys fra et tyngdefelt, som eksempelvis Solen, finder man til ledende approksimation, ved at bruge Einsteins almene relativitetsteori, en afbøjning af lyset fra fjerne stjerner

$$\Delta\theta \;=\; \frac{4\,G\,M_\odot}{c^2\,R_\odot}\,, \tag{1}$$

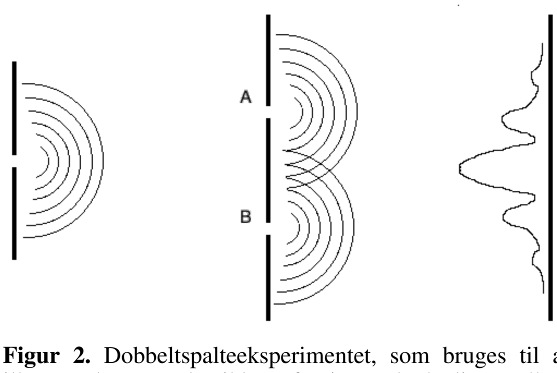
hvor G er Newtons konstant, $M_\odot$ og $R_\odot$ er henholdsvis masse og radius af Solen og c er lysets hastighed.

Selvom denne afbøjning er lille ($\Delta\theta \approx 1{,}75'' \approx 0{,}00049°$), er den stor nok til, at Einsteins forudsigelse blev bekræftet ved Eddingtons observation af effekten ved en total solformørkelse i 1919. Det gjorde med et slag Einstein og hans almene relativitetsteori berømt i offentligheden, og bragte ham på forsiden af New York Times.

Einsteins almene teori er den dag i dag fundamentet for vores beskrivelse af tyngdekraften. Den har mange praktiske anvendelser; blandt andet er det nødvendigt at korrigere satellitters ure for tyngdekraftens indvirkning ved brug af den almene relativitetsteori. GPS-navigation ville fx ikke være mulig uden Einsteins teori.

Kvantemekanikken

I den almene relativitetsteori er stoffets bevægelse og tilstedeværelse til alle tider en præcis deterministisk konsekvens af bevægelsesligninger. Det står i skarp kontrast til kvantemekanikkens beskrivelse af mikroskopiske systemer såsom atomer og atomkerner. I kvantemekanikken er det fundamentalt, at beskrivelsen af stoffet involverer observationer, som kan være indbyrdes komplementære. Det klassiske eksempel er bølge-partikel dualitet, hvor partikler kan forstås både som bølger (med en bestemt de Broglie-bølgelængde) eller som partikler.



Figur 2. Dobbeltspalteeksperimentet, som bruges til at illustrere kvantemekanikkens fascinerende dualitet mellem bølger og partikler.

Det var Werner Heisenberg, der i 1927 i diskussioner med Niels Bohr[1], matematisk formulerede denne grundlæggende kvantemekaniske realitet i sin berømte ubestemthedsrelation [2].

$$\frac{\hbar}{2} \;\le\; \Delta(\mathrm{sted}) \;\times\; \Delta(\mathrm{impuls}). \tag{2}$$

Her er $\hbar$ Plancks (reducerede) konstant, og $\Delta(\mathrm{sted})$ og $\Delta(\mathrm{impuls})$ er henholdsvis ubestemtheden i 'sted'

[1] Heisenberg boede i 1920'erne som assistent for Niels Bohr i en lejlighed over biblioteket på Niels Bohr Institutet med udsigt over indgangen til Fælledparken. Det var her mange af de berømte diskussioner fandt sted.

og 'impuls' (eller bevægelsesmængde) i det kvantemekaniske system. Fra Heisenbergs ligning er det klart, at hvis for eksempel $\Delta(\text{sted})$ er stor, kan $\Delta(\text{impuls})$ være tilsvarende lille. Det svarer kvantemekanisk til en bølgetilstand. Tilsvarende kan man tænke på partikler som tilstande med $\Delta(\text{sted})$ lille.

Det er klart, at det logiske udgangspunkt for kvantemekanikken og den almene relativitetsteori er forskelligt. Det kom blandt andet til udtryk i de talrige og historiske diskussioner mellem Albert Einstein og Niels Bohr. Einstein havde især svært ved at acceptere kvantemekanikkens ubestemthedsrelationer og komplementaritet som fundamentale fysiske egenskaber.

Vi skal i det følgende se, at man kan nærme sig en beskrivelse, der kan kombinere logikken bag både den almene relativitetsteori og kvantefysikken. Dette er muligt, hvis man betragter den almene relativitetsteori som en klassisk feltteori.

Den almene relativitetsteori som feltteori

I en klassisk feltteori begynder man med at nedskrive en virkning $\mathcal{S}$, som man kan tænke på som summen af alle kræfter der virker på en given bevægelse igennem systemet,

$$\mathcal{S} = \int \mathcal{L}(x(\tau), \tau)\, d\tau. \tag{3}$$

I denne ligning er $x(\tau)$ en bevægelse parametriseret som funktion af tiden τ. I et givet punkt er kræfterne, som påvirker bevægelsen, bestemt af funktionen $\mathcal{L}(x(\tau), \tau)$, der kaldes Lagrange-tætheden. Den klassiske beskrivelse af systemet følger nu princippet: bevægelsen skal altid svare til et stationært punkt for virkningen. Matematisk svarer det til, at variationen af virkningen er nul ($\delta\mathcal{S} = 0$). Herfra følger smukt de klassiske Euler-Lagrange-bevægelsesligninger for systemet:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x(\tau)} - \frac{d}{d\tau} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \left(\frac{dx(\tau)}{d\tau}\right)} = 0\,. \tag{4}$$

For den almene relativitetsteori (uden kosmologisk konstant) kan man nedskrive at Lagrange-tætheden er

$$\mathcal{L} = \sqrt{-g} \left[\frac{Rc^4}{16\,\pi\, G} + \mathcal{L}_{\text{matter}} \right]. \tag{5}$$

Det leder til Einstein-ligningen

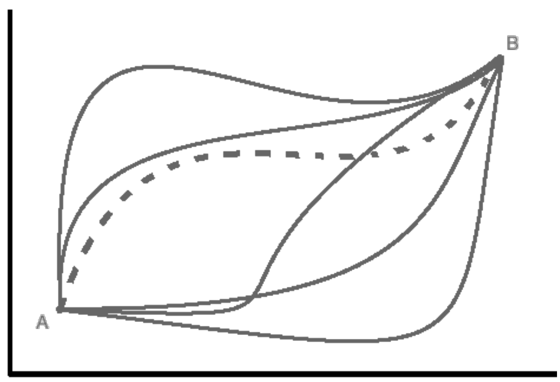
$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R\, g_{\mu\nu} = \frac{8\,\pi\, G}{c^4} T_{\mu\nu}\,. \tag{6}$$

I dennne ligning er *metrikken*, $g_{\mu\nu}$, en karakteristisk størrelse for det valgte referencesystem, $R_{\mu\nu}$ er Ricci-tensoren, som udtrykker rummets krumning og $T_{\mu\nu}$ angiver rummets energitæthed[2]. Einstein-ligningen er den grundlæggende ligning for al bevægelse i det gravitationelle system. Konstanten G er Newtons universelle *gravitationskonstant*. Som feltteori er metrikken $g_{\mu\nu}$ den afgørende feltvariabel. Klassiske tyngdebølger, som man leder efter (med LIGO), er (klassiske) bølgelignende løsninger i metrikken.

Tyngdekraft og Feynmans vejintegral

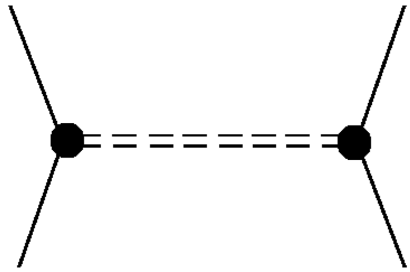
Det har været kendt siden 1960'erne [3], at det er muligt at lave en *kvantefeltteoretisk* beskrivelse af gravitationen ved at tage udgangpunkt i at kvantisere *metrikken* $g_{\mu\nu}$.

Ved at gøre det bryder man med princippet om, at virkningen skal være stationær $\delta\mathcal{S} = 0$. Det er fuldstændig på linje med kvantiseringen af andre teorier, fx elektromagnetismen, og i stedet udregner man nu den *kvantemekaniske amplitude*, der er defineret som resultatet af, at summere over virkningen $\mathcal{S}$ over det totale system af veje (parametriseringer) $x(\tau)$. Denne sum er også kendt som Feynmans *vejintegral* eller "Path integral".



Figur 3. Illustration af Feynmans vejintegral. Den stiplede vej er den stationære og klassiske vej, som opfylder $\delta\mathcal{S} = 0$. De andre veje er eksempler på veje, der skal summeres over i Feynmans vejintegral.

Feynman angav en måde at opskrive resultatet af vejintegraler i termer af såkaldte Feynman-diagrammer. I Feynman-diagrammet komponeres resultaterne af vejintegraler vha. 'vertex-punkter' for de indkommende og udgående partikler og 'propagatorer', som beskriver, hvordan partikelfelterne udvikler sig i rum-tiden. Feynman-diagrammer kan klassificeres i forskellige (topologiske) bidrag, som har vidt forskellig fysisk fortolkning. Til første approksimation inkluderer vi for eksempel kun de simpleste forbundne bidrag, det vil sige alle diagrammer, som ikke vekselvirker med sig selv. Sådanne diagrammer kaldes *trædiagrammer*.



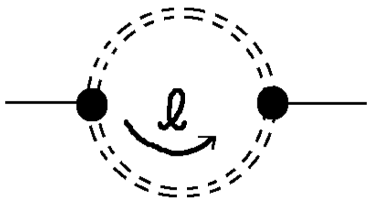
Figur 4. Et såkaldt Feynman *træ-diagram*, der svarer til en vekselvirkning mellem to partikler (angivet med fuldtoptrukne linjer). I midten af diagrammet udveksles en graviton (angivet med en dobbeltstiplet linje).

[2]Metrikken $g_{\mu\nu}$ er et mål, som definerer længden af vektorer i det givne referencesystem. $R_{\mu\nu} = R^{\lambda}{}_{\mu\nu\lambda}$, hvor $R^{\lambda}{}_{\mu\nu\kappa}$ er Riemann-tensoren.

Et selvvekselvirkende diagram har typisk et integral af typen

$$\int_0^\infty \frac{1}{\ell^2}\,\frac{1}{(\ell+K)^2}\,d\ell, \tag{7}$$

hvor ℓ er en bestemt parametrisering af den impuls (eller bevægelsesmængde), der løber i selvvekselvirkningen og K er en funktion af de impulser (eller bevægelsesmængder), som løber ind og ud af diagrammet. Det er klart, at et sådant integrale ikke er veldefineret, når $|\ell|^2$ eller $|(\ell+K)|^2$ er tæt på 0 eller når $|\ell| \to \infty$. Man taler om henholdsvise *infrarøde* IR- ($|\ell| \sim 0$) og *ultraviolette* UV- ($|\ell| \sim \infty$) effekter eller sågar *katastrofer*.



Figur 5. Eksempel på et selvvekselvirkende Feynman ét-loop-diagram. Sådanne diagrammer kan indeholde et vilkårligt antal selvvekselvirkninger. Har man for eksempel to selvvekselvirkninger taler man om et to-loop-diagram.

Det er en konsekvens af Feynmans metode, at *ægte kvanteeffekter*, som er karakteriseret ved at være proportionale med $\hbar$ kun fremkommer i diagrammer, som indeholder selvvekselvirkninger. Hver selvvekselvirkning giver en faktor af $\hbar$.

Gravitonen

Vores beskrivelse af tyngdekraften som en feltteori, leder til en ny partikel, et feltkvant for metrikken. Den kaldes *gravitonen*. Gravitonen må vekselvirke *universelt* med alt stof, via dets energitæthed, og lede til en *altid tiltrækkende kraft*. Gravitonen må også have en meget lang eller uendelig rækkevidde. Derved må en graviton enten have en *meget* lille masse eller være masseløs.

En *direkte observation* af en graviton ville bekræfte eksistensen af kvantiseringen af tyngdekraften, men indtil videre har ingen observeret gravitonen eksperimentelt.

Det er nemt at vise, at til orden af trædiagrammer (dvs. uden selvvekselvirkning), giver den kvantiserede teori de samme resultater som den klassiske feltteori. Problemet med en kvanteteori for tyngdekraften, ligger dermed *kun* i de selvvekselvirkende loop-diagrammer.

Kvantetyngdekraft og UV-effekter

I mange teorier (for eksempel i elektrodynamikken) kan man vise, at teorien har den egenskab, at både IR- og UV-effekter fra udregnede loop-diagrammer kan absorberes på en sådan måde, at man kan lave en entydig fortolkning af effekterne. Man taler her om, at sådanne teorier er renormaliserbare. Men i den feltteori for gravitationen, som vi netop har argumenteret for, leder selvvekselvirkningerne, trods forsøg på at regularisere dem, i sidste ende ikke til en entydig fortolkning. Det blev vist soleklart af de to berømte nobelprismodtagere 't Hooft og Veltman i 1970'erne [4]. Kvantiseret almen relativitetsteori, *har dermed ikke noget håb om at være renormaliserbar!*

Det var selvfølgelig et stort tilbageskridt at løbe hovedet imod en mur efter sådan en flyvende start, og det tog nogle år før nogen havde lyst til at gøre et nyt forsøg på at få en kvantisering af almen relativitetsteori til at give mening.

Det blev en anden berømt nobelpristager, Steven Weinberg, som havde overblikket til at bibringe den nye forståelse, som var nødvendig for at løse den gordiske knude, som ikke-renormaliserbarheden af tyngdekraften udgjorde. Weinberg foreslog at tænke på almen relativitetsteori, som en *effektiv feltteori*, i stedet for som en renormaliserbar teori [5].

Forskellen mellem en effektiv feltteori og en renormaliserbar teori er, at man i den *effektive* tilgang *kun* søger en regularisering orden for orden i de selvvekselvirkende diagrammer, i stedet for til alle ordener på en gang, som i en renormaliserbar teori. Det gav for første gang en mulighed for at fortolke udregnede kvanteeffekter i gravitationsteorien på en entydig måde. Diagrammatisk kan vi demonstrere ideen bag en sådan effektiv kvanteteori:

Ukendt fundamental teori

↑

Kvantemekanisk effektiv feltteori

↓

Klassisk teori

Pointen er, at selvom den fundamentale teori er ukendt, kan man godt udregne meningsfulde kvantemekaniske korrektioner til den effektive teori, orden for orden. Disse korrektioner er *unikke*, da de nødvendigvis må optræde i den mere fundamentale beskrivelse. Vi har således *endelig* en entydig mulighed for at udforske konkrete *kvantemekaniske konsekvenser* af tyngdekraften uden at kende til den grundlæggende formulering af en sådan kvanteteori. Det giver en forening af alle naturkræfter, som kvanteteorier, ved tilpas lave energier for vekselvirkningerne.

Nye effektive feltligninger for tyngdekraften

Formulerer vi Einsteins almene relativitetsteori via *Einstein-Hilbert virkningen*, udtrykt ved Lagrangetætheden

$$\mathcal{L} = \sqrt{-g}\left[\frac{R\,c^4}{16\,\pi\,G} + \mathcal{L}_{\text{matter}}\right], \tag{8}$$

svarer den effektive beskrivelse til, at vi nu har

$$\begin{aligned}\mathcal{L} \;=\; \sqrt{-g}\Big[&\frac{R\,c^4}{16\,\pi\,G} + c_1 R^2 + c_2\, R^{\mu\nu}\, R_{\mu\nu} \\ &+ \ldots + \mathcal{L}_{\text{matter, effektiv}}\Big].\end{aligned} \tag{9}$$

[3] I den effektive teori for tyngdekraften, tillades alle led, som kan opskrives uafhængigt af det valgte referencesystem.

Den effektive beskrivelse introducerer nye led $+c_1\, R^2 + c_2\, R^{\mu\nu} R_{\mu\nu} + \ldots + c_{k_i}\, R^3 + \ldots + c_{k_j}\, R^{\cdots} + \ldots$, defineret som summen over *alle* tilladte led i ligning (9)[3]. Hvert nyt led skal tilknyttes en *effektiv koblingskonstant* c_i, der skal forstås som eksperimentelt bestemt.

Den effektive formulering vil selvfølgelig ikke lede til præcis den samme feltligning som Einsteins almene relativitetsteori, men derimod til en ny effektiv feltligning, en slags generaliseret Einstein-ligning, der også involverer de nye koblingskonstanter c_i. Man kan vise, at en sådan beskrivelse kun afviger markant fra den sædvanlige Einstein-ligning, såfremt de nye koblingskonstanter er ekstremt store.

Det smarte ved den effektive beskrivelse er, at den generaliserede effektive virkning har led, der hver især *modsvarer* divergenserne fra loop-diagrammerne. Dermed kan vi i en effektiv feltteori, ved at reskalere koblingskonstanterne c_i, fjerne problemet med *divergenser*, når selvvekselvirkningerne bliver for stærke.

Tyngdekræfter og unikke kvanteeffekter

Newtons *gravitationelle potential* udtrykker tiltrækningsenergien mellem to masser, m_1 og m_2, i den *ikke-relativistiske* grænse,

$$V(r) = -G\,\frac{m_1\, m_2}{r}\,, \tag{10}$$

$V(r)$ er her den potentielle energi mellem de to masser, og r er deres indbyrdes afstand. Som vi har indset, giver effektiv feltteori en *konsistent* kvantebeskrivelse af tyngdekraften, og i 1994 beregnede Donoghue [6], som den første, konkrete effektive kvantemekaniske gravitationelle *ét-loop* selvvekselvirkninger i teorien. Hermed var det muligt at udregne *eksakte* kvanteeffekter til tyngdefelter [7]. Beregningen af et-loop effekten giver for store afstande mellem de to masser i det ledende bidrag til spredningsamplituden

$$-\frac{Gm_1m_2}{r}\left[1 + 3\frac{G(m_1+m_2)}{c^2 r} + \frac{41}{10}\frac{G\hbar}{c^3 r^2}\right]. \tag{11}$$

Her genkender vi de første to led som de analoge til et klassisk tyngdepotentiale i den almene relativitetsteori. Det første led svarer til Newton-grænsen, det andet er den post-Newtonske korrektion fra den almene relativitetsteori. Som kvanteteori skal disse led dog nu forstås som forskellige perturbative bidrag, dvs. det første som en træ- og det andet som en loop-effekt. Det tredie led er en kvanteeffekt (da det er proportionalt med $\hbar$) og dette led har ingen klassisk analog. Det kræver dermed en fuld kvantemekanisk behandling, og er således en unik kvanteeffekt i den nye effektive kvanteteori for tyngdekraften. Det er overraskende, at dette led slet ikke afhænger af de to ledende effektive koblingskonstanter c_1 og c_2. Tilsvarende kan man udregne de klassiske bidrag til lysets afbøjning i Solens tyngdefelt i den effektive teori [9], disse giver anledning til afbøjningsvinklen

$$\begin{aligned}\Delta\theta &= \frac{4\,G\,M_\odot}{c^2\,R_\odot} + \frac{15\,\pi}{4}\frac{G^2\,M_\odot^2}{c^4 R_\odot^2} + .. \\ &= 0{,}00049^\circ + 3\cdot 10^{-9\,\circ} + .. \end{aligned}\tag{12}$$

Afbøjningen kommer også her ud som forventet i den almene relativitetsteori. Igen kan de to led fortolkes, som henholdsvist en træ- og en loop-effekt. Også her indeholder den beregnede amplitude unikke kvanteeffekter, som ikke har en klassisk analog. I beregningen for lysafbøjning omkring Solen er disse for eksempel proportionale med $\hbar \times \frac{G}{c^3\,R_\odot^2} \approx 10^{-87}$, hvor $R_\odot$ er Solens radius.

Sådanne bidrag er helt normale i forbindelse med kvantemekaniske beregninger af spredningstværsnit, der ikke kan behandles klassisk, men kræver en fuldstændig kvantemekanisk fortolkning. Størrelsesordenen af bidragene er dog, som man ser, *ufatteligt små*, så trods den teoretiske triumf, at sådanne kvanteberegninger er mulige, er det svært, at forestille sig egentlige eksperimentelle bekræftelser af de teoretiske resultater.

Konklusion

Den almene relativitetsteori formuleret som en effektiv feltteori gør det muligt at skabe en konsistent kvantebeskrivelse af tyngdekraften helt op til vekselvirkningsenergier nær *Planck-skalaen*: $\sqrt{\frac{\hbar\, c^5}{G}} \sim 10^{16}$ TeV. Det er ca. 15 størrelseordner højere end hvad vi på nuværende tidspunkt kan opnå i CERN via Large Hadron Collider (LHC). Dermed har vi, med den effektive kvantebeskrivelse af tyngdekraften, en måde at lave præcise teoretiske forudsigelser i højenergifysikken.

Det er klart, at man tæt på Planck-skalaen må forestille sig omfattende ændringer af de perturbative feltteorier, som vi kender til, og her vil også den effektive beskrivelse bryde sammen. Det er forventeligt, at alle kendte vekselvirkninger her vil have samme størrelsesorden, og en fundamental teori for kvantegravitationen meget vel kunne være en strengteori. Strengteorier er karakteriseret ved naturligt at indeholde tilstande, der kan forstås som gravitoner, og desuden har de ikke problemer med UV-divergenser.

Til trods for, at vi endnu ikke har formuleret en endelig sammenfattende teori for tyngdekraften, der er gyldig for alle energiskalaer, er det dog spektakulært, at vi gennem den effektive behandling af den almene relativitetsteori allerede har adgang til en kvantefeltteoretisk beskrivelse af mange tyngdevekselvirkninger.

Det er nemt at udvide den effektive feltteori for tyngdekraften til at indeholde diverse partikler, som optræder i forskellige fænomenologiske modeller fx neutrinoer. Det giver os en praktisk værktøjskasse for en kvantemekanisk beskrivelse af Einsteins almene relativitetsteori; herunder præcise og unikke teoretiske forudsigelser af kvanteeffekter i højenergifysikken.

Man kunne for eksempel tænke sig, gennem sådanne beregninger, at opnå en ny kvantitativ forståelse af kvanteeffekter ved sorte huller og Big Bang.

Det er klart, at sådanne effekter er meget små, men ikke desto mindre er det stadigvæk bydende nødvendigt, at beregne og forstå dem, hvis vi i sidste ende ønsker at opnå en klar forståelse af, hvordan kvantetyngdekraft virker. Man må også håbe, at vi ad den vej kan skabe et mere optimalt fundament for fremtidige tyngdekvanteeksperimenter og -målinger.

Litteratur

[1] A. Einstein (1916), The Foundation of the General Theory of Relativity, *Annalen Phys.* **49**, 769 [Annalen Phys. **14**, 517 (2005)].

[2] W. Heisenberg (1927), Uber den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik, *Z. Phys.* **43**, 172.

[3] R.P. Feynman, F.B. Morinigo and W. G. Wagner, Feynman Lectures on Gravitation, Edited by B. Hatfield, Penguin books 1999.

[4] G. 't Hooft and M.J.G. Veltman (1974), One Loop Divergencies In The Theory Of Gravitation, *Annales Poincare Phys. Theor. A* **20** 69.

[5] S. Weinberg (1979), Phenomenological Lagrangians, *Physica A* **96**, 327.

[6] J.F. Donoghue (1994), General Relativity As An Effective Field Theory: The Leading Quantum Corrections, *Phys. Rev. D* **50**, 3874.

[7] N.E.J. Bjerrum-Bohr, J.F. Donoghue and B.R. Holstein (2003), Quantum gravitational corrections to the nonrelativistic scattering potential of two masses, *Phys. Rev. D* **67**, 084033; http://xxx.lanl.gov/abs/hep-th/0211072.

[8] N.E.J. Bjerrum-Bohr (2005), Effektiv feltteori og kvantegravitation, *KVANT* **16**, nr. 2, marts 2005.

[9] N.E.J. Bjerrum-Bohr, J.F. Donoghue, B.R. Holstein, L. Planté and P. Vanhove (2015), Quantum bending of light, *Phys. Rev. Lett.* **114**, no. 6, 061301; http://xxx.lanl.gov/abs/1410.7590.

N. Emil J. Bjerrum-Bohr leder "Computations of Amplitudes Group" (CAMP) ved Niels Bohr Institutet, der er støttet af Lundbeckfonden med et Junior Group Leader Fellowship. Hans forskning omhandler de forskellige aspekter af højenergifeltet, specielt amplitudeberegninger, herunder praktiske anvendelser af amplitudeberegninger ved LHC ved CERN, samt mere teoretiske emner såsom kvantegravitation og strengteori.