Sandflugt – breddeopgave 38 med didaktisk kommentar

Af Jens Højgaard Jensen, IMFUFA, NSM, RUC

Mit formål med artikelserien om breddeopgaver er – udover at gøre opmærksom på RUCs fysikuddannelse – dobbelt: Dels udvælger jeg opgaverne, så de kan have interesse som fysikproblemer i egen ret. Dels udvælger jeg dem med henblik på at kunne knytte didaktiske overvejelser til dem af interesse for fysikundervisere. I første omgang i forhold til universitetsundervisning. Men i anden omgang kunne der måske også trækkes paralleller til andre undervisningsniveauer.

Her bringes løsning og kommentar til opgaven fra forrige nummer samt en ny opgave. Opgaven i sidste nummer af KVANT var denne breddeopgave fra RUC (nr. 38 i rækken her i KVANT):

38. Sandflugt

Afhængig af kornstørrelsen skal der en vis vindhastighed til at hvirvle støv op i luften. Hvordan er sammenhængen?

Løsning

Hvorfor kan støv- og sandkorn hvirvles op af vinden, når de bagefter falder ned igen og altså ikke kan holde sig svævende? Det skyldes den asymmetriske luftstrømning omkring dem, når de ligger på jorden. Når kornene svæver, strømmer der både luft under dem og over dem. Men når de ligger på jorden, strømmer luften kun over dem. Og det medfører ifølge Bernoullis ligning, at trykket på oversiden af kornene er $\frac{1}{2}\rho_{luft}v^2$ mindre end trykket på deres undersider, idet v står for luftstrømningshastigheden og ρ_{luft} for luftens massefylde.

Når sandkorn ligger på jorden er der altså en aerodynamisk opdriftkraft på dem af ca. størrelsen $\frac{1}{2}\rho_{luft}v^2 \cdot \pi r^2$, hvis deres radius er r. Og kornene hvirvles op, når denne kraft er større end tyngdekraften på kornene minus den statiske opdriftkraft på dem. Den kritiske hastighed for at der hvirvles sandkorn op er derfor givet ved ligningen:

$$\frac{1}{2}\rho_{luft}v_{krit}^2 \cdot \pi r^2 = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho_{sand} - \rho_{luft}) \cdot g \qquad (1)$$

dvs.

$$v_{krit} \approx \sqrt{rg(\rho_{sand}/\rho_{luft} - 1)}, \qquad (2)$$

hvor ρ_{sand} er sands massefylde og g er tyngdefeltstyrken.

Den statiske opdriftkraft er medtaget i regnestykket for at det også skal kunne dække fænomener, hvor det er strømmende vand, der løfter sedimenter op fra hav- og flodbunde, idet ρ_{vand} i modsætning til ρ_{luft} jo ikke er forsvindende i forhold til ρ_{sand}.

Kommentar

Jeg har tidligere i en artikel i KVANT i marts 2008 om luftmodstand ved cykling strejfet fænomenet, at krav om eksakthed i fysikundervisning undertiden kan risikere at være en udgave af "det bedste som det godes værste fjende". Eller sagt på en anden måde: Fikseringen på eksakthed kan minde om Storm P. figuren, der leder efter det andetsteds tabte under gadelygten, fordi der dér er lys.

I artiklen om luftmodstand argumenterede jeg for, at den almindeligt dagligdags forekommende hastighedskvadratiske modstand ved store hastigheder og turbulent kølvand lader sig forstå ud fra en simpel dimensionsanalyse. Men i den matematisk fysiske undervisningstradition i hydrodynamik spærres der nærmest for denne forståelse. Hovedkonklusionen her er den eksakte, smukke og praktiske, at strømningsmønstrene i ligedannede geometrier, uanset hvad der strømmer, vil være ens, hvis Reynolds tallene er ens. Reynolds tallet bestemmer alt og dermed også den såkaldte modstandskoefficient, hvorfor luftmodstanden udover af en karakteristisk længde, en karakteristisk hastighed og luftens massefylde også må afhænge af luftens viskositet. Derfor er der en inputvariabel for meget til, at luftmodstanden kan fastlægges ved dimensionsanalyse ud fra en eksakt betragtning. Tages der imidlertid i stedet for dette eksakte matematisk fysiske udgangspunkt afsæt i fysisk snusfornuft, som gjort i artiklen i KVANT fra marts 2008, så ses grænserne for meget små Reynolds tal og meget store Reynolds tal at kunne undersøges ved hjælp af netop dimensionsanalyse.

Det typiske fravær af behandling i fysiklærebøgerne af den dagligdags forekommende hastighedskvadratiske luftmodstand (i modsætning til Stokes lov), tyder i dette tilfælde på en for indsnævrende binding til et matematisk fysisk paradigme for undervisningen. Situationen er måske tilsvarende til det beskrevne i en artikel, jeg engang læste i tidsskriftet *Technology and Culture* om udviklingen af turbineteknologien i USA i slutningen af 1800 tallet. Forfatteren undrede sig over, hvordan USA kunne være førende i forhold til Europa, når det på daværende tidspunkt var bagud, hvad angik universitetsmiljøer orienteret imod hydrodynamik. Og hvor svaret var, at netop dets ubundethed af et skolastisk universitetsparadigme var årsagen.

I artiklen i sidste nummer af KVANT om den hydrodynamiske tværkraft på bordtennisbolde i fart og med spin skitserede jeg noget af debatten om det betimelige i at forklare hydrodynamiske tværkræfter på både bordtennisbolde og flyvemaskinevinger ved hjælp af Bernoullis ligning. Det betimelige i at anvende Bernoullis ligning som gjort her ved vurdering af sandflugtsproblemet er formentlig endnu mere diskutabelt. Alligevel er ligning (2) som svar på opgaven næppe helt ved siden af. Den aerodynamiske opdriftkraft på et sandkorn er ikke umiddelbart – som modstandskræfter – relateret til gnidning og dermed luftens viskositet. Den er ifølge Newtons 2. og 3. lov lig med en nedadgående impulstilførsel per tidsenhed til luften. Opdriftskraften er dermed, udover af sandkornets lineære udstrækning og vindhastigheden, alene bestemt af luftens massefylde. Og så følger resultatet, som anvendelsen af Bernoullis ligning giver, at opdriftkraften er proportional med $\rho v^2 r^2$, alment af en dimensionsovervejelse.

Ved undervisning i hydrodynamiske tværkræfter er det måske ikke – som ved vurdering af modstandskræfter i højhastighedsgrænsen – blændingen fra det eksakte lys, der er det didaktiske hovedproblem, men nærmere det forhold, at der er rejst så megen (berettiget) tvivl om den eksakte brug af Bernoullis ligning, at fysikundervisere fristes til at holde sig borte fra emnet. Og det ville være ærgerligt. Netop fordi hydrodynamisk problemløsning typisk består i en pendulering imellem en eksakt matematisk side og en kvalitativ fysisk side er hydrodynamiske problemer ofte godt øvelsesterræn for at uddanne sig til at blive fysiker.

Breddeopgave 39. Telefonstrømme

Inden næste nummer af KVANT udkommer, kan læserne eventuelt overveje løsningen til denne opgave fra breddekurset på RUC (fra vintereksamen 1999, nr. 39 i rækken her i KVANT):

Et harmonisk signal vil i en telefonledning forplante sig svarende til formlen:

$$I(x,t) = I_0 e^{-\beta x} \cos(\omega t - \frac{\omega}{v} x) \qquad (3)$$

hvor β og v i almindelighed afhænger af signalfrekvensen ω. I telefonledninger med forsvindende lækstrømme til omgivelserne og store selvinduktionskoefficienter afhænger β og v imidlertid kun af ledningens selvinduktionskoefficient pr. længdeenhed, ledningens modstand pr. længdeenhed og ledningens kapacitet pr. længdeenhed. Hvordan afhænger β og v i denne (forvrængningsfri) grænse af de nævnte størrelser? Begrund svaret.

Løsning og kommentar bringes i næste nummer.