Den gode stemning II. Ørets fysik og tonal musikalitet

Af Jens Ulrik Lefmann, Birkerød Gymnasium og DTU

I fortsættelse af "Den gode stemning I" fra KVANT, december 2009, gennemgås træk af ørets fysik og sammenhængen med vores opfattelse af toner og harmonier. Musikalitet beror bl.a. på ørets evne til at Fourieropløse klange, men ny indsigt kan også opnås gennem forståelsen af den harmoniske forvrængning, som finder sted i mellemøret. Dette vil jeg underbygge med beskrivelser af simple, mindre kendte forsøg, der er lette at udføre.

Vores forståelse af sammenhængen mellem musik, matematik og naturvidenskab starter hos Pytagoras: Med vore øjne ser vi stjerner og planeter, og med vore ører sanser vi sfærernes musik. I den græske oldtids tankegang var der i matematik en understrøm af mystik, og gennem den kunne mennesket få indsigt i universet. Rene toneintervaller blev forbundet med universelle talforhold, konsonans[1] mellem toner blev forstået som en sansning af selve matematikken, der kunne forbinde menneskets psyke med kosmos.

I dag ved vi, at der ikke er lyd i det tomme rum, og med noget mindre patos forstår vi sansning af konsonans mellem toner som en del af ørets fysik. I denne artikel diskuteres *placeteorien* for sansning af tonehøjde i det indre øres cochlea (sneglen) og den rolle, som den harmoniske forvrængning i mellemørets knogler spiller, i lyset af nogle mindre kendte eksperimenter, man selv kan udføre. Disse forsøg kan afdække rollefordelingen mellem ørets fysik og hjernen; hvad sker der før og efter "digitaliseringen[2]" af det analoge lydsignal på vejen frem til vores bevidsthed? Jeg vil omtale, hvordan man kan fremkalde akut *diplacusis binauralis*[3] og hvilke konsekvenser, det får for forståelsen af tonal musikalitet. Ligesom den foregående artikel [1] er denne et forkortet uddrag af en mere grundig artikel på Danmarks undervisningsportal EMU [2].

Frekvensforhold

For to toner er det alene frekvensforholdet $x = f_2/f_1$, som er bestemmende for hvilket interval, vi oplever mellem tonerne. To andre toner med samme frekvensforhold opfattes altså som samme interval. Dette træk ved vores tonesansning burde give mere anledning til undren, end tilfældet er, og jeg vil give et bud på en forklaring.

Falskhed og renhed, klaverstemmerens usikkerhedsrelation

En præcis sansning af tonehøjde kræver tid. Hvis man spiller to toner på 440,0 Hz og 440,2 Hz, vil man først efter 5,0 s have hørt en svævning. Hvis man spiller en tone med frekvensen f i et kort tidsrum Δt, kan man beregne lydsignalets Fouriertransformerede, som viser, at signalet ikke kun indeholder én frekvens, men uendelig mange frekvenser i et interval omkring f med bredden $1/\Delta t$. Når man med øret eller et måleapparat modtager et lydsignal, kan man foretage en frekvensbestemmelse med en vis ubestemthed Δf, som må være større end denne laveste værdi. Det betyder, at

$$\Delta f \cdot \Delta t \geq 1 \qquad (1)$$

Vi kalder denne matematiske ulighed for klaverstemmerens usikkerhedsrelation. Den minder om Heisenbergs kvantemekaniske usikkerhedsrelation. Hvis man nemlig ganger uligheden igennem med Planck konstanten h, får man den fra kvantemekanikken velkendte tids-energi-usikkerhedsrelation

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq h \qquad (2)$$

for en foton med frekvensen f og energien $hf = E$.

Usikkerhedsrelationen fortæller, at jo højere krav man stiller til en klaverstemning, jo længere tid tager den. Formålet her er at indse, at når man skal spille en falsk tone, så slipper man bedst fra det ved at vælge en dyb tone med lav frekvens f og kun spille den i et kort tidsrum Δt: For den relative ubestemthed på frekvensen gælder da

$$\frac{\Delta f}{f} \geq \frac{1}{f \cdot \Delta t}. \qquad (3)$$

Hvis vi fx tager et dybt A med $f = 220$ Hz og lader det klinge i tidsrummet $\Delta t = 0,2$ s, vil den relative usikkerhed $\Delta f/f$ være mindst 2 %. Til sammenligning er afvigelsen mellem den rene terts og den pytagoræiske terts kun (81-80)/80 = 1,25 % (se [1] eller [2]). I Bachs præludium fra Das Wohltemperierte Klavier (WTK) vol. 1 i C#-dur benyttes disse tricks: Der spilles hurtigt og staccato. Desuden ligger den falske terts i slutakkorden netop meget dybt, se figur 4.

Udledning af klaverstemmerens usikkerhedsrelation

En sinustone spillet i et langt tidsrum indeholder kun én bestemt frekvens f_0. Men hvis den kun spilles i et kort tidsrum, vil signalet indeholde mange frekvenser omkring f_0. Lad os analysere det signal, som fremkommer ved at lade en ren tone med frekvens f_0 klinge i et

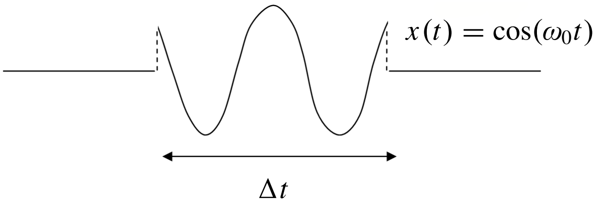
[1] Konsonans: Harmonisk samklang mellem to eller flere toner, modsat dissonans.

[2] Det signal, der gennem hørenerven skal give os oplevelsen af en tone, har intet tilbage af den analoge svingning og kan ikke interferere fysisk med andre toner.

[3] *Diplacusis binauralis* er en tilstand, hvor den samme tone opleves som to forskellige toner alt efter hvilket øre den sanses gennem.

tidsrum af varigheden Δt.

$$x(t) = \begin{cases} \cos(\omega_0 t) & \text{for} \quad -\Delta t/2 \leq t \leq \Delta t/2 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases} \tag{4}$$



Figur 1. En kort tone af varighed Δt.

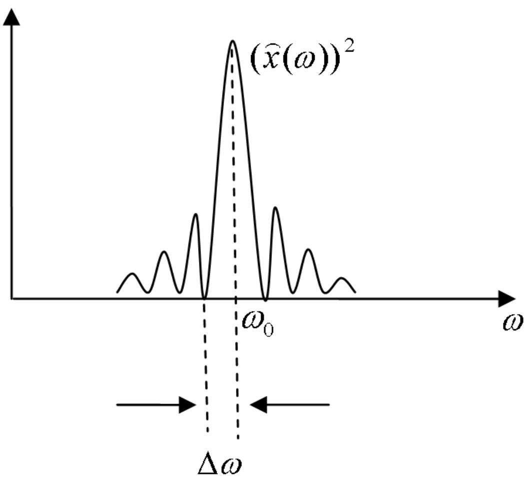
Af bekvemmelighedsgrunde har vi sat amplituden til 1 og benyttet den cykliske frekvens $\omega_0 = 2\pi f_0$. Endnu større bekvemmelighed opnås ved at skrive signalet på den komplekse form

$$x(t) = \begin{cases} e^{i\omega_0 t} & \text{for} \quad -\Delta t/2 \leq t \leq \Delta t/2 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases} \tag{5}$$

Den Fouriertransformerede beregnes til

$$\begin{aligned} \hat{x}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt & (6) \\ &= \int_{-\Delta t/2}^{\Delta t/2} e^{i(\omega_0 - \omega)t} dt & (7) \\ &= \frac{2}{\omega_0 - \omega} \sin((\omega_0 - \omega)\Delta t/2) & (8) \end{aligned}$$

Singulariteten i ω_0 kan hæves, idet vi finder $\hat{x}(\omega_0) = \lim_{\omega \to \omega_0} \frac{2}{\omega_0 - \omega} \sin((\omega_0 - \omega)\Delta t/2) = \Delta t$ som maksimumsværdi. Grafen for $(\hat{x}(\omega))^2$ viser, hvordan energien fordeler sig på forskellige frekvenser, se figur 2.



Figur 2. En kortvarig tones energifordeling på forskellige frekvenser.

Som mål for frekvensusikkerheden finder vi afstanden fra ω_0 til den værdi ω, hvor den Fouriertransformerede $\hat{x}(\omega)$ første gang bliver nul. Det sker, når $(\omega_0 - \omega)\Delta t/2 = \pi$, hvilket giver $\Delta\omega = \omega_0 - \omega = 2\pi/\Delta t$, eller $f_0 - f = \frac{1}{\Delta t}$. Idet vi nu tager denne størrelse som mindste værdi for usikkerheden Δf, har vi klaverstemmerens usikkerhedsrelation $\Delta f \cdot \Delta t \geq 1$.

Musikeksempel

J.S. Bach, Præludium i C#-dur Das Wohltemperierte Klavier I, 1722, BWV 848. Bemærk de brudte akkorder her i modsætning til C-dur præludiet. Der er tradition for at spille staccato og hurtigt, så tonerne kun klinger samtidigt ganske kortvarigt. I overensstemmelse med klaverstemmerens usikkerhedsrelation kan man på denne måde affinde sig med C#-durs falske terts[4]. Zuzana Ruzickovas indspilning [3] benytter en dæmper, som fjerner overtonerne i en sådan grad, at man næppe hører hvor uharmonisk C#-dur er. Jo rigere overtoneklang, des større krav er der nemlig til renheden – igen ifølge klaverstemmerens usikkerhedsrelation.

Figur 3. J.S. Bach, Præludium i C#-dur Das Wohltemperierte Klavier I, 1722, BWV 848

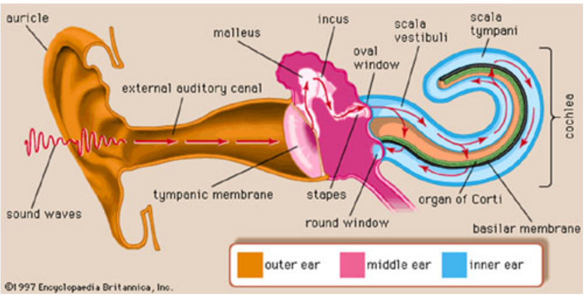
En række arpeggio-figurer leder frem til slutakkorden, se figur 4: Den næstnederste tone, som er tertsen, er markeret med rød pil. Hvis man fjerner den, får vi en tom C#-akkord med rene kvinter og kvarter. Akkorden "kønsbestemmes" som en durakkord ved at indlægge en durterts (den røde pil), og ved at lægge den ind dybt i akkorden tolereres den bedre i overensstemmelse med klaverstemmerens usikkerhedsrelation, end hvis den havde ligget højt oppe i akkorden, som den gør i C-dur fugaens slutakkord.

Figur 4. Afslutning af J.S. Bach, Præludium i C#-dur Das Wohltemperierte Klavier I, 1722, BWV 848 Bemærk, hvor lavt tertsen ligger i slutakkorden, rød pil.

[4]I tempereringer anvendt i barokken er C#E# en meget lys og provokerende terts i modsætning til C-dur tertsen CE, se [1] eller [2].

Høresansens fysik

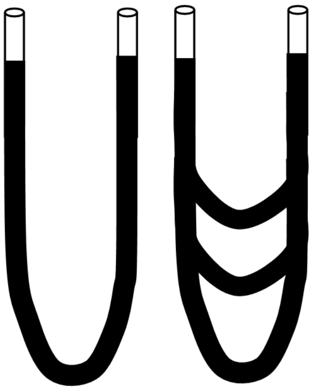
For at forstå grundlaget for oplevelsen af konsonans, må man kende lidt til ørets fysiologi. Ved trommehinden omdannes lydens tryksvingninger i luften til mekaniske svingninger, der via kroppens tre mindste knogler i det luftfyldte mellemøre formidles videre til sneglen – cochlea – via det ovale vindue (på figur 5 er cochlea delvis foldet ud). Her fortsætter signalet inde i cochlea som en væskesvingning, idet et tryk indad på det ovale vindue resulterer i en øjeblikkelig udbuling ved det runde vindue (cochlea er overalt omgivet af knoglevæv på nær de to vinduer). Frekvensen vil bestemme længden af den svingende væskestreng i cochlea. Jo højere frekvens, jo mindre svingende væske, jo kortere svingende væskestreng. Den elastiske basilarmembran i midten adskiller de to dele af den væskefyldte cochlea. En given frekvens giver resonans med en bestemt længde af væskestrengen, som så passer med et bestemt sted, hvor basilarmembranen selv tager del i væskesvingningen. Basilarmembranen er belagt med et tæppe af hårceller, som via individuelle nerveforbindelser til hjernen kan fortælle, hvor på basilarmembranen, der er forstyrrelse. Cochlea bliver på denne måde en fysisk frekvensanalysator, som danner en klangfigur på basilarmembranen, der kan betragtes som det indkommende lydsignals Fouriertransformerede. Se animationerne her [4].



Figur 5. Ørets tre dele. I mellemøret formidles trommehindens svingninger via øreknoglerne, hammeren, ambolten og stigbøjlen, videre til en svingning i sneglens lymfevæske gennem det ovale vindue. Undervejs opstår der harmonisk forvrængning (Encyclopaedia Britannica).

Forsøg med væskesvingninger

Man kan forberede forståelsen af cochleas virkemåde ved at udføre forsøg med væskesvingninger i et U-rør:



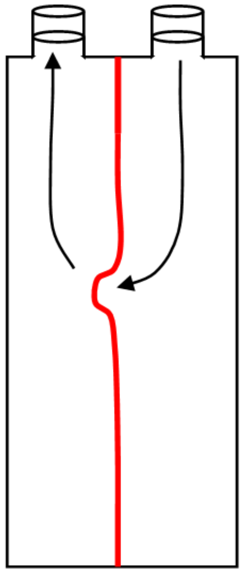
Figur 6. Til venstre et simpelt rør. Til højre en resonator med tre frihedsgrader.

Et U-rør fyldes med væske med densitet ρ. Væskestrengens længde er L. U-rørets to ender skal være lodrette, se figur 6 tv. (resten af røret kan gerne være en slange, som bugter sig vilkårligt). Når væsken i højre rør hæves x i forhold til ligevægtsniveauet, vil systemet have en potentiel energi af størrelsen $E_{pot} = \rho A g x^2$, hvor A er tværsnitsarealet af røret. Dette udtryk viser, at væskestrengen svinger som en harmonisk oscillator med fjederkonstanten $k = 2\rho A g$, hvor g er tyngdeaccelerationen. Massen af den svingende væskestreng er $m = \rho A L$. Hvis vi antager, at alle dele af væsken hele tiden bevæger sig med samme fart, kan vi beregne svingningsfrekvensen til

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{2g}{L}}. \tag{9}$$

Altså jo længere væskestrengen er, jo lavere frekvens svinger den med.

Lad os nu forestille os et mere kompliceret rørsystem med flere forbindelser, så vi kan få forskellige længder af væskestrenge $L_1, L_2, L_3, \ldots$ svarende til frekvenserne $f_1, f_2, f_3, \ldots$ se figur 6 th. Hvis man med et stempel, der svinger med én af disse frekvenser, trykker ned og op på væsken øverst til venstre, vil den del af væsken, som har en længde svarende til denne frekvens, blive sat i resonanssvingninger.



Figur 7. Resonator med uendelig mange frihedsgrader.

Endelig kan vi udbygge systemet til et væskefyldt kar med to åbninger foroven, se figur 7. Væsken adskilles i to dele med en gummimembran. Ved påvirkning med en bestemt frekvens gennem den ene åbning vil der opstå en resonanssvingning svarende til de sorte pile, sådan at den svingende væskestreng får den rigtige længde svarende til denne frekvens. Membranen vil nu vibrere ét bestemt sted, og det sted vil flytte sig, hvis vi ændrer frekvensen. På den måde koder en bestemt frekvens til en forstyrrelse et bestemt sted på membranen. Apparatet er nu en model for cochlea. Væsken i cochlea sættes i svingninger af stigbøjlen gennem det ovale vindue. Den anden åbning er det runde vindue. Placeringen af en forstyrrelse ved en bestemt frekvens er nu ikke længere bestemt af tyngdekraften, men derimod af stivheden af basilarmembranen samt de membraner, der dækker de to vinduer, samt hele cochleas geometri i øvrigt. (Der tales tit om bølger, som bevæger sig gennem cochlea fra det ovale til det åbne vindue. Men væskestrengens længde er langt mindre end bølgelængden i lymfevæsken, hvilket gør bølgebegrebet irrelevant; man kan altså slet og ret betragte bevægelsen som en svingning af en usammentrykkelig væske.)

Placeteorien og dens problemer

Et tæppe af hårceller på basilarmembranen meddeler hjernen via et nervebundt, *hvor* forstyrrelserne finder sted. Denne forståelse af sansning af tonehøjde går under navnet *placeteorien*. Selve kodningen, der til ethvert sted på basilarmembranen tilordner sansning af en bestemt tonehøjde, kan umuligt tænkes at være fast. Dels vokser organismen, membranens geometri og stivhed ændres med alder. Eventuel sygdom kan medvirke til at ændre de fysiske parametre, der bestemmer resonansstedets placering på basilarmembranen. Dels skal de to ører endda være "enige", eller hjernen skal fortolke to signaler fra hvert sit øre. Her er en pointe, vi kommer tilbage til. Når vi hører en tone fra et musikinstrument, vil den være ledsaget af overtoner, der som regel er multipla af grundfrekvensen. En tone med overtoner danner derfor normalt en klangfigur på basilarmembranen svarende til alle multipla af grundfrekvensen. To toner med grundfrekvenserne f_1 og f_2 vil have uendelig mange fælles partialtoner, når frekvensforholdet er et rationalt tal $f_2/f_1 = p/q$. Ligningen

$$npf_1 = nqf_2 \tag{10}$$

viser jo, at partialtonerne for den første tone med numrene $p, 2p, 3p$ osv. er identiske med partialtonerne for den anden tone med numrene $q, 2q, 3q$ osv. Fællesskabet mellem klangfigurerne er det fysiske grundlag for oplevelsen af slægtskabet mellem tonerne, som vi kalder *konsonans*. Jo mindre tallet $p + q$ er, des mere fysisk fællesskab er der mellem de to klangfigurer, og jo mere konsonans oplever vi.

Forsøg, som man selv let kan udføre, viser imidlertid, at vi også oplever dette konsonansslægtskab mellem *rene* sinustoner, altså toner, der ikke er ledsaget af overtoner. Det kan placeteorien *ikke* gøre rede for. Stimuleringsstedet på basilarmembranen for en tone og stimuleringsstedet for oktaven over er jo bare to steder, der ikke umiddelbart er fysisk beslægtede. Det kan imidlertid forstås, hvis vi tager den harmoniske forvrængning med ind i vores forståelse:

Harmonisk forvrængning

Når et signal $x(t)$ skal gennem fx mikrofon, forstærker og højttaler, er det oftest mest ønskeligt at udgangssignalet $y(t)$, der kommer ud af højttaleren, er en forstærket og *uforvrænget* kopi af indgangssignalet. Normalt vil udgangssignalet være en funktion af indgangssignalet

$$y(t) = F(x(t)) \tag{11}$$

I "bedste" fald opnår vi et uforvrænget signal, når F er lineær, sådan at $y(t) = A \cdot x(t)$, hvor A er en konstant.

Hvis F ikke er lineær, opstår der *harmonisk forvrængning*.

Hvis $x(t)$ er et periodisk signal, så vil $y(t)$ også være periodisk. Hvis $x(t)$ er en ren sinustone med frekvens f, så vil udgangssignalet være et sammensat signal med samme periode, som derfor kan Fourieropløses i partialtoner med frekvenserne $f, 2f, 3f, \ldots$ osv. Hvis $x(t)$ er et signal sammensat af to toner med frekvenserne f_1 og f_2, vil udgangssignalet indeholde frekvenserne

$$f = n_1 f_1 \pm n_2 f_2 \tag{12}$$

hvor n_1 og n_2 er hele tal. Den andel, de forskellige kombinationsfrekvenser indgår med, afhænger stærkt af, hvordan transmissionsoperatoren F afviger fra at være lineær.

Hvis for eksempel $F(x) = Ax + Bx^2$, så vil frekvenserne $2f_1, 2f_2, f_1 + f_2$ og $f_1 - f_2$ alle optræde i udgangssignalet ud over f_1 og f_2. Tilføjer man et tredjegradsled Cx^3 til $F(x)$, vil der forekomme kombinationsfrekvenser med $|n_1| + |n_2| \leq 3$ osv.

En meget kraftig forvrængning opnås ved fx at synge gennem en redekam omviklet med pergamentpapir (kazoo), og her kommer der et væld af kombinationsfrekvenser. Dens forvrængning svarer til en ensretterkomponent i et elektrisk kredsløb.

Forvrængning i øret

Man har med interferometriske målinger påvist, at de nævnte forvrængningsprodukter forekommer på basilarmembranen i cochlea hos levende marsvin. Se eventuelt artiklen [5].

En række forsøg, man selv kan udføre, kan forklares ved, at lydsignaler forvrænges i mellemøret på vejen fra trommehinden via øreknoglerne til cochlea.

De følgende forsøg kræver en tonegenerator med to kanaler. Man kan downloade en prøveversion af Reatime Analyzer Light [6]. Her får man adgang til en tonegenerator med to kanaler samt en meget hurtig FFT frekvensanalysator, som virkelig fungerer i realtid.

Differenstoner og svævninger

Send 500 Hz og 700 Hz ind i samme øre. Man hører, at der opstår en differenstone på 200 Hz. Send 1500 Hz og 1502 Hz ind i samme øre. Så oplever man en svævning på 2 Hz.

Hvis frekvensforholdet for to toner er rationalt $f_2/f_1 = p/q$ (antag brøken uforkortelig), så vil de to toner begge være partialtoner for en fælles grundtone med frekvens $f_0 = \frac{1}{q} f_1 = \frac{1}{p} f_2$. Alle kombinationsfrekvenser er da multipla af denne fælles grundfrekvens

$$f = n_1 f_1 + n_2 f_2 = (n_1 q + n_2 p) f_0 = m f_0 \tag{13}$$

idet tallet i parentesen for passende valg af n_1 og n_2 kan frembringe ethvert helt tal m, når p og q er primiske (dvs. når deres største fælles divisor er 1).

Hvis frekvensforholdet f_2/f_1 for to toner er irrationalt, vil mængden af kombinationsfrekvenser derimod ligge tæt, sådan at ethvert nok så lille åbent interval vil indeholde uendelig mange af disse kombinationsfrekvenser, hvis energimæssige andel dog vil være aftagende for store værdier af n_1 og n_2.

Ud fra dette kan man forstå, at en kombination af toner i ren oktavafstand (2/1), kvintafstand (3/2), kvartafstand (4/3), tertsafstand (5/4) eller moltertsafstand (6/5) danner *enkle* klangfigurer med stort fællesskab af partialtoner. Med større heltal i forholdsbrøken bliver klangfiguren gradvis mere mudret idet omfanget af fælles partialtoner svinder ind. Hvis f_2/f_1 er et irrationalt tal tæt på et rationalt tal med lav nævner, vil tonerne dog stadig opfattes som konsonante på grund af en vis frekvensbredde i basilarmembranens respons.

Særligt overbevisende forsøg kan man udføre med to ultralydstransducere. Hvis den ene udsender ultralyd med frekvensen 40.000 Hz og den anden 40.500 Hz, kan man naturligvis intet høre, hvis lydene sendes ind gennem hvert sit øre; lydene ligger jo en oktav over den hørbare grænse. Der sker absolut ingenting i cochlea. Men hvis lydene sendes ind gennem *samme* øre, vil man tydeligt høre en differenstone på 500 Hz. Man kan altså ikke høre ultralyd, men man kan høre *forskellen* mellem ultralydstoner! (Man kan i øvrigt tydeligt iagttage Dopplereffekt, hvis de to lydgivere bevæges lidt i forhold til hinanden med en relativ hastighed på 2-3 mm/s).

Forsøg med to ører afslører hjernens rolle[5]

Med fx 1205 Hz og 1200 Hz vil man tilsvarende opleve en svævning på 5 Hz, når tonerne kommer ind gennem samme øre. Hvis de derimod kommer ind i hvert sit øre, vil man ikke opleve nogen svævning, idet der ikke forekommer interferens af svingningerne. Interferensfænomener finder kun sted i "analogdelen", dvs. når de to lydsignaler når frem til *samme* basilarmembran. Fra hørenerverne og videre frem til bevidstheden ("digitaldelen?") kan interferens ikke finde sted.

De fleste mennesker oplever tonehøjden for en bestemt tone som den samme, hvad enten lyden kommer ind gennem det ene øre eller det andet. Kodningen, som "oversætter" fra *stimulering* ét eller andet sted på basilarmembranen til en *oplevelse* af tonehøjde, stemmer normalt overens for de to ører. Det er ikke almindeligt at folk "hører dobbelt". *Diplacusis binauralis* er en sjælden tilstand, hvor samme frekvens opleves som to forskellige toner, alt efter hvilket øre den høres gennem.

Et simpelt forsøg, man selv kan udføre, viser, at hjernens sansning af tonehøjde kan omprogrammeres på få sekunder: Hvis man sender 1200 Hz ind i det ene øre og 1250 Hz ind i det andet øre samtidig, vil man efter ganske få sekunder kun opleve én tone, selv om der er en halv tones forskel. Det er jo ganske overraskende. Man må jo forestille sig, at hjernen omprogrammerer den kodning, der oversætter en stimulering ét sted på basilarmembranen til en sansning af tonehøjde, sådan at "ørerne nu tror, de er enige om netop én tone", som de jo plejer. (Noget lignende sker efter et stykke tid, hvis man sætter to solbrilleglas med lidt forskellige farver foran øjnene). Efter 10-20 sekunder vil hjernen befinde sig i en akut tilstand af *diplacusis binauralis*. Det kan man efterprøve ved at slukke for den ene kanal og derefter flytte den anden *plug* skiftevis fra det ene øre til det andet, idet man sørger for, at tonen ikke på noget tidspunkt sanses samtidigt gennem begge ører. Det er en god id at bruge de helt små *ear plugs*. Det kan nærmest være en sårende oplevelse for musikalske mennesker, at den samme tone opleves helt forskelligt med de to ører.

Jeg har lavet en stereolydfil, hvor melodien i venstre kanal klinger en halv tone lysere end i højre kanal. Høres den i mono, lyder det som forventet forfærdelig falsk, men i stereo (med fuldstændig kanaladskillelse) lyder det overraskende nok fuldstændig rent!

Mine elever har i Naturvidenskabeligt Grundforløb udført forsøg med en dobbelt tonegenerator: En forsøgsperson lytter til en tone i den ene kanal, uden at frekvensen er synlig på skærmen. Personen skal derefter indstille frekvensen i den anden kanal til samme tone. Forsøg viser, at de fleste let kan gøre dette inden for 1 Hz, forudsat at der lyttes i mono, og begge toner kommer ind i samme øre. Hvis tonerne kommer ind gennem hvert sit øre, vil der derimod typisk være en afvigelse på 50 Hz (ca. 1/2 tone, når vi er omkring 1100-1300 Hz). Disse forsøg viser, at vores evne til at sammenligne toner hviler på ørets fysik forud for hjernens oversættelse til en bevidsthedsoplevelse.

Gehør versus absolut gehør

Gehør kan man definere som en sikker korttidshukommelse for tonehøjde. For langt de fleste mennesker med gehør, selv for meget musikalske personer, lagres sansningen af tonehøjde ikke i langtidshukommelsen. De få personer, der besidder denne evne, siges at have absolut gehør.

Jeg har haft lejlighed til at udføre forsøg med nogle få personer med absolut gehør. Det viser sig at *akut diplacusis binauralis* kan fremkaldes med samme lethed som hos alle andre. Hjernens reprogrammerbarhed er åbenbart til stede hos alle, og tilstanden er heldigvis reversibel. Det er uklart for mig, men jeg fornemmer, at der er en komplementaritet (i Bohrs forstand) mellem på den ene side det at udøve en aktivitet, der hviler på absolut gehør, og på den anden side den aktivitet beskrevet ovenfor, der fremkalder *akut diplacusis binauralis*.

Jeg mener, det er helt fejlagtigt at sammenkæde den klassiske musiks følelsesmæssige tilknytning til tonearter sammen med absolut gehør, især fordi kammertonen A har svinget fra 392 Hz til 468 Hz (fra G til Bb). Ikke begrundet følelsesmæssigt eller musikalsk, men af hensyn til instrument- eller stemmeklang.

[5] Disse forsøg skal udføres med frekvenser over 1000 Hz. I modsat fald vil lyden gå gennem kraniet og blive sanset gennem begge ører.

Rene og falske partialtoner

For en given tone med frekvens f vil de såkaldte “rene” overtoner være partialtonerne med frekvenserne $f_n = n \cdot f_1$, hvor $n = 1, 2, 3, ...$ Når tonen fra et instrument har rene partialtoner, vil det pga. den harmoniske forvrængning være sådan at instrumentets egne partialtoner falder sammen med de partialtoner, som frembringes af ørets egen harmoniske forvrængning (et ufortjent negativt ladet ord til denne prisværdige egenskab).

Nu er $f_n = n \cdot f_1$ ikke nogen naturlov, men tværtimod et ideal, som kun opnås med tilnærmelse. Et instrument, hvis partialtoner afviger væsentligt herfra, vil klinge specielt på grund af interferensen mellem “falske” overtoner og de “rene” multipla, som produceres ved ørets harmoniske forvrængning. Det er et ofte overset faktum, at en lydkildes tonespektrum nemt kan afvige fra det ideelle. Fx vil en svingende streng med inhomogen massefordeling have et afvigende partialtonespektrum. Det er meget nemt at indse med følgende eksempel: For en ellers ideel, svingende streng, der som bekendt adlyder $f_n = n \cdot f_1$, fastgør man en punktformet masse præcis på midten af strengen. Det vil ikke ændre på partialtonerne med lige nummer n, idet der så vil være knude på midten, og den monterede masse deltager ikke i svingningsbevægelsen. Derimod bliver grundtonens frekvens lavere end før, da der er bug på midten, og da en større masse må svinge med lavere frekvens. Tilsvarende gælder for alle andre partialtoner med ulige nummer. Kvaliteten af strenge til guitar, violin mm. hviler blandt andet på, at massefordelingen er homogen. For klaverstrenge er stivheden af strengen så stor, at overtonerne faktisk bliver en anelse lysere end $f_n = n \cdot f_1$. For de dybe strenge kompenseres der ved, at kobberbeviklingen først starter et stykke inde fra begge sider på strengen. (Næste gang du passerer et flygel, så kig på basstrengene). For de lyse toner bliver de høje partialtoner blot en del af den klangfarve, klaverets diskanttoner nu har. Et andet eksempel er den karakteristiske klang, man kender fra et steelband; den skyldes bl. a., at olietønders partialtonespektrum afviger stærkt fra det rene.

En tones ro og renhed afhænger altså både af grundfrekvensen og dens partialtonespektrum. Den menneskelige stemme fremviser et temmelig rent partialtonespektrum, som let ses ved en FFT analyse med Loggerpro - eller endnu bedre og hurtigere med Realtimeanalyzer Light [6]. Eventuelle afvigelser gør, at man som sanger må intonere forskelligt alt efter om man synger “U” eller “I”. Et “U” har kun partialtoner med lave numre, mens et “I” har mange partialtoner med høje numre. Grundtonen er ofte ganske svag. Med FFT kan man fx vise, at den dybeste tone på en bratsch (C) er meget svag. Her er partialtonernes betydning afgørende, idet grundtonen blot sanses som en differenstone mellem partialtoner frembragt i selve øret. I et kor kan man tilsvarende forstærke illusionen om tilstedeværelsen af meget dybe toner ved at lade de lyse stemmer synge de hertil hørende partialtoner.

Hvis man fx synger en tone på 100 Hz i en mobiltelefon, vil modtageren også sanse denne tone, på trods af at ingen toner med frekvenser lavere end 400 Hz kan transmitteres fra sender til udgangshøjttaleren hos modtageren (det er umiddelbart nemt at konstatere ved hjælp af FFT at der næsten ikke er nogen transmission af toner med frekvenser under 400 Hz) Fænomenet er kendt under navnet “Missing Fundamental” (søgeord). Modtagerens øre frembringer altså selv grundtonen på 100 Hz ved harmonisk forvrængning ud fra de transmitterede toner på 400 Hz, 500 Hz, 600 Hz, osv. Forsøget udføres let med brug af to mobiltelefoner, en bærbar PC med FFT og mikrofon og en ældre lektor med dyb stemme. Det er ganske overraskende at høre en dyb stemme, når den laveste frekvens er helt oppe på 400 Hz. Takket været ørets forvrængning kan vi genkende selv dybe stemmer på trods af de meget små højttalere, som er i en mobiltelefon.

Differenstoner i musikken bliver diskuteret i [2]. Til et gymnasiebibliotek/studiecenter kan jeg stærkt anbefale at anskaffe [8] og [9].

Litteratur

[1] Jens Ulrik Lefmann: Den gode stemning I. Om veltemperering af keyboard, KVANT nr. 4, december 2009

[2] Jens Ulrik Lefmann: Den gode stemning, høresansens fysik og tonal musikalitet, http://www.emu.dk/gym/-fag/fy/inspiration/forloeb/boelger/dengodestemning.html

[3] Das Wohltemperierte Klavier I+II med Zuzana Ruzickova er indspillet på cembalo stemt i Niedhardt temperering fra 1729.

[4] Animationer af cochlea:
http://www.blackwellpublishing.com/matthews/ear.html
http://www.youtube.com/watch?v=dyenMluFaUw
http://highered.mcgraw-hill.com/sites/0072495855/-student_view0/chapter19/animation__effect_of_sound-_waves_on_cochlear_structures__quiz_2__.html

[5] Om harmonisk forvrængning i cochlea, http://jp.physoc.org/content/509/1/277.abstract.

[6] Download Realtime Analyzer Light, to-kanal tonegenerator, hurtig realtime FFT analysator, gratis prøveversion: www.ymec.com./products/rale

[7] Nyttige søgeord på nettet: Cochlea, place theory, harmonic distortion, basilar membrane, missing fundamental

[8] David J. Benson: Music – A Mathematical Offering, Cambridge University Press 2007.

[9] Gareth Loy: Musimathics - The mathematical Foundations of Music, Vol. 1+2, MIT Press 2006.

Jens Ulrik Lefman, der er lektor i matematik og fysik på Birkerød Gymnasium og ekstern lærer i fysik på DTU, har holdt en række foredrag om temperering af keyboard, tonal musikalitet og høresansens fysik bl. a. på DTU, RUC og i UNF. Diverse stemninger demonstreres med musikeksempler på digitalklaver. E-mail: ju@birke-gym.dk.