

Billard – breddeopgave 28 med didaktisk kommentar

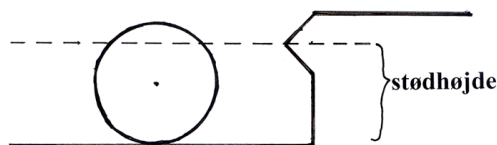
Af Jens Højgaard Jensen, IMFUFA, RUC.

Mit formål med artikelserien om breddeopgaver er – udover at gøre opmærksom på RUCs fysikuddannelse – dobbelt: Dels udvælger jeg opgaverne, så de kan have interesse som fysikproblemer i egen ret. Dels udvælger jeg dem med henblik på at kunne knytte didaktiske overvejelser til dem af interesse for fysikundervisere. I første omgang i forhold til universitetsundervisning. Men i anden omgang kunne der måske også trækkes paralleller til andre undervisningsniveauer.

Her bringes løsning og kommentarer til opgaven fra forrige nummer samt en ny opgave. Opgaven i sidste nummer af KVANT var denne breddeopgave fra RUC (nr. 28 i rækken her i KVANT):

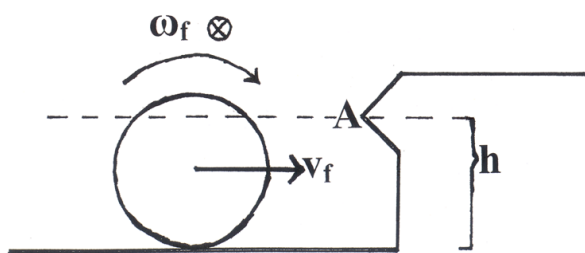
28. Billard

Banderne på et billardbord er konstrueret med en stødhøjde (jvf. figur) for stød mellem baller og bander, således at en rent rullende bevægelse vinkelret mod banden reflekteres i en også rent rullende bevægelse bort fra banden. Hvor stor er stødhøjden? Begrund svaret.



Løsning

Hvis stødhøjden er lille vil ballen ved sammenstødet med banden dreje sig om stødpunktet A (forudsat tilstrækkelig stor statisk gnidningskoefficient imellem bal og bande) og derved løfte sig fra bordet. Hvis stødhøjden er stor, vil ballen kile sig fast mellem bande og bord. Vi vil regne på en mellemsituation, hvor ballen på den ene side ikke løfter sig fra bordet under stødet, og hvor vi på den anden side kan se bort fra gnidningskraftpåvirkningen fra bordet i forhold til kraftpåvirkningen fra banden under stødet. Hvis vi derudover antager, at kun kræfter og ikke kraftmomenter angriber i A under stødet, kan vi benytte, at ballens samlede impulsmoment omkring A er bevaret.



Med de indførte betegnelser på figuren samt M og R for ballens masse og radius er impulsmomentet

omkring A, regnet positiv ind i papirets plan, før stødet givet ved:

$$\begin{aligned} L_{A,f} &= \text{spinmoment} + \text{banemoment} \\ &= 2/5 \cdot MR^2 \cdot \omega_f - Mv_f \cdot (h - R) \\ &= Mv_f \cdot (7/5R - h), \end{aligned} \quad (1)$$

idet der ved det sidste lighedstegn er benyttet, at $R\omega_f = v_f$ ved ren rulning. Tilsvarende er impulsmomentet omkring A, ligeledes regnet positiv ind i papirets plan, efter stødet givet ved:

$$\begin{aligned} L_{A,e} &= -2/5 \cdot MR^2 \cdot \omega_e + Mv_e \cdot (h - R) \\ &= -Mv_e \cdot (7/5R - h), \end{aligned} \quad (2)$$

idet h forudsættes at have en størrelse, der fører til $R\omega_e = v_e$. Bevarelsen af impulsmomentet omkring stødpunktet for ren rulning reflekteret som ren rulning, $L_{A,f} = L_{A,e}$, ses da at kunne opfyldes når og kun når $h = 7/5R$. For alle andre værdier af h har $L_{A,f}$ og $L_{A,e}$ modsatte fortegn.

Kommentarer

1. Sammenhængen, at ren rulning er ensbetydende med, at impulsmomentet omkring A er 0, hvis stødhøjden er $7/5R$, gælder ikke kun bevægelse imod og bort fra banden vinkelret på den. Opfattes papirets plan i den ovenstående figur alment for at være planet udspændt af lodret og ballens bevægelsesretning, ses det for $h = 7/5R$, at $L_{A,f} = 0$ ved ren rulning også ved skråt indfald imod banden. Impulsmomentbevarelsen under et skråt stød imod banden betyder så, at vi også efter stødet har impulsmomentværdien 0 og ren rulning, hvis det var tilfældet før stødet. Banderne på billardborde er derfor konstrueret med bandehøjden $7/5R$, således at der – med de gjorte antagelser om under et stød at kunne se bort fra gnidningskraftpåvirkningen fra bordet og at kunne regne med, at kun kræfter og ikke kraftmomenter angriber i A – helt alment gælder, at en rent rullende bal vil blive reflekteret fra banden rent rullende. Når der i eksamensopgaven var forudsat vinkelret indfald, var det derfor alene for ikke at gøre den for svær.

Hvis en rent rullende bal ikke blev reflekteret tilnærmelsesvis rent rullende ville det i øvrigt skabe problemer i forhold til vores forventning om, at udfaldsvinklen er lig indfaldsvinklen, dvs. at den normale refleksionslov gælder. Med en utilpasset rotation i forhold til translationen efter et stød, ville der

komme gnidningskræfter på tværs af bevægelsesretningen og en deraf følgende parabolisk banekurve indtil betingelsen for ren rulning havde indstillet sig. Den sluttelige bevægelsesretning på bordet efter et stød ville derfor være forskellig fra bevægelsesretningen umiddelbart efter stødet. At refleksionsloven tilnærmelsesvis gælder for sammenhængen imellem bevægelsesretningen før stødet og umiddelbart efter er i øvrigt heller ikke selvfølgelig, men skyldes tilpasninger af elastiske egenskaber af banderne og deres ruhed for at opnå det.

2. At refleksionsloven i billard således langt fra er udtryk for enkle fysiske principper, skal ikke bortlede opmærksomheden fra, at billardspillet i øvrigt med stor nøjagtighed lader sig beskrive ved den elementære mekaniks grundligninger anvendt på de enklest mulige forestillinger om indgående kræfter og kraftmomenter. Det er der forsøgt redegjort for i artiklen: Jens Højgaard Jensen: "Nogle træk af billardspillet mekanik", Fysisk Tidsskrift nr. 6, side 145-174, 1968. Det samme har Coriolis (ham med kraften) gjort i en hel bog fra 1835. Omfanget af bogen skyldes bl.a., at Coriolis i 1835 (i modsætning til mig i 1968) ikke havde vore

dages vektornotation til sin rådighed, men regnede alt i koordinater.

Breddeopgave 29. Spektrallinier

Inden næste nummer af KVANT udkommer, kan læserne eventuelt overveje løsningen til denne eksamensopgave fra breddekurset på RUC (fra vinterekamen 2000, nr. 29 i rækken her i KVANT):

Forud for Niels Bohrs forklaring på formlen:

$$\frac{1}{\lambda} = K \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right); \quad n \text{ og } m \text{ hele tal.} \quad (3)$$

for spektrallinierne for brint i 1913 mente man også at have iagttaget spektrallinier for brint svarende til f.eks. $n = 3/2$ og $m = \text{helt tal} + \frac{1}{2}$. Det var en del af Niels Bohrs bedrift i 1913, at han kunne forklare disse ekstra spektrallinier som stammende fra helium. Hvordan kunne han det?

Løsning og kommentar bringes i næste nummer.